

К.А. Дацук, Е.И. Князьков, Д.Б. Федосенков, А.А. Ямпольский, Б.А. Федосенков

СПОСОБ УПРАВЛЕНИЯ РЕЖИМАМИ ДОЗИРОВАНИЯ И СМЕШИВАНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Статья представляет подход, который может быть использован для отображения материалопотоковых процессов при решении задачи управления режимами дозирования и смешивания. В соответствии с этим подходом был адаптирован алгоритм вейвлет-поиска соответствия для аппроксимации сигналов материальных потоков на выходе блока дозирующих устройств смесеприготовительного агрегата. Получаемые в результате этой процедуры восстановленные на базе вейвлет-функций сигналы далее трансформируются в двумерную времячастотную функцию (карту Вигнера), представляющую собой распределение энергии материалопотокового сигнала во времячастотном пространстве. Приведены данные, характеризующие преимущества, ограничения и возможную экстраполяцию этого метода на разные массивы вейвлетов. Рассмотрен пример реконструкции реального сигнала дозирования с использованием рассмотренного подхода.

Дозирование сыпучих материалов, вейвлет-функция, распределение Вигнера, параметры вейвлета Габора, алгоритм вейвлет-поиска соответствия.

Введение

Целью исследования является разработка метода отображения (графической визуализации) текущих режимов работы смесеприготовительного агрегата в задаче управления динамикой нестационарных процессов, в частности, процессов дозирования и смешивания сыпучих материалов с целью получения высококачественных смесевых композиций.

В соответствии с поставленной целью задачами исследования являются: адаптация алгоритма вейвлет-поиска соответствия (ВПС) для аппроксимации сигналов расхода на выходе блока дозирующих устройств, формирование времячастотных отображений (карт Вигнера) этих сигналов, пригодных для идентификации рабочих режимов.

Большинство систем управления процессами дозирования сухих материалов построено на принципе поддержания нагрузки дозаторов на определенном уровне путем использования косвенных методов: измерения активной мощности электродвигателя привода, шумов, давления на опорные подшипники и т.п. Эти системы являются по своей сути одномерными, использующими для обработки только скалярные осциллографические сигналы материальных потоков. В такой ситуации управление на базе таких сигналов является фактически «слепым», поскольку при этом отсутствует функция визуально-графического контроля за процессом. Поэтому вопросы визуализации процессов дозирования и получения смесей высокого качества на основе автоматизации и управления их динамикой являются актуальными.

Научная новизна состоит в преобразовании 1D-материалопотоковых сигналов в 2D/3D-формат в виде времячастотных распределений, полученных средствами вейвлет-преобразований. На практике такое преобразование позволяет повысить эффек-

тивность функции управления и одновременно сформировать синхронный визуально-графический мониторинг, обладающий семантически ясной структурой, позволяющий отслеживать текущий технический/технологический процесс и формировать управляющие воздействия на исполнительные механизмы агрегата. В лабораториях кафедр «Процессы и аппараты пищевых производств» и «Автоматизация производственных процессов и АСУ» была проведена апробация разработанного способа управления на полупромышленном оборудовании.

Методы исследования

При использовании алгоритма вейвлет-поиска соответствия [1] на основе определенной базисной функции $g(t, \tau, s, \xi)$ генерируется информационная среда некоторого вейвлет-тезауруса (словаря) в виде семейства вейвлет-функций путем масштабирования (s), перевода (τ) и модуляции (ξ) последних. В качестве базисной функции была выбрана функция Габора (рис. 1а), наилучшим образом соответствующая локальным структурам анализируемых сигналов расхода:

$$g_{\gamma}(t) = S^{-0.5} g\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \exp(j\xi t),$$

(1)

где $g\left(\frac{t-\tau}{s}\right)$ – функция Гаусса; $\gamma = \{\tau, s, \xi\}$

– индекс параметров вейвлета Габора.

На рис. 1б представлен такой сигнал расхода (на выходе порционного дозатора) и аппроксимирующий его вейвлет Габора (см. рис. 1а).

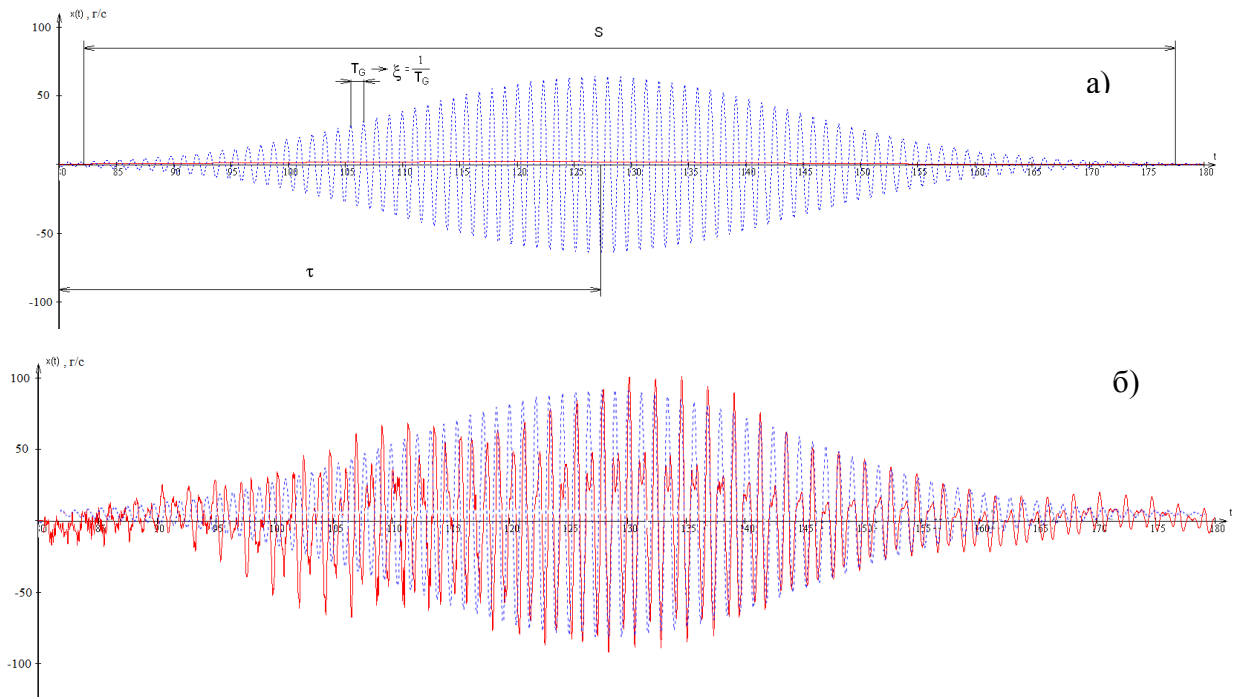


Рис. 1. Осциллограммы сигналов: а) адаптированный к процессам дозирования вейвлет; б) сигнал расхода порционного дозатора, спроецированный на вейвлет-функцию Габора

Отметим, что на рис. 1 изображен центрированный сигнал расхода $f^0(t)$:

$$f^0(t) = f(t) - \overline{f(t)}, \quad (2)$$

где $\overline{f(t)}$ – среднее значение постоянной составля-

ляющей сигнала расхода, $\overline{f(t)} = \frac{1}{t_{\text{рег}}} \int_0^{t_{\text{рег}}} x(t) dt$,

где $t_{\text{рег}}$ – интервал регистрации сигнала.

На рис. 2 представлен реальный материалопотоковый сигнал спирального дозатора (а) и сигнал расхода в центрированной форме (б).

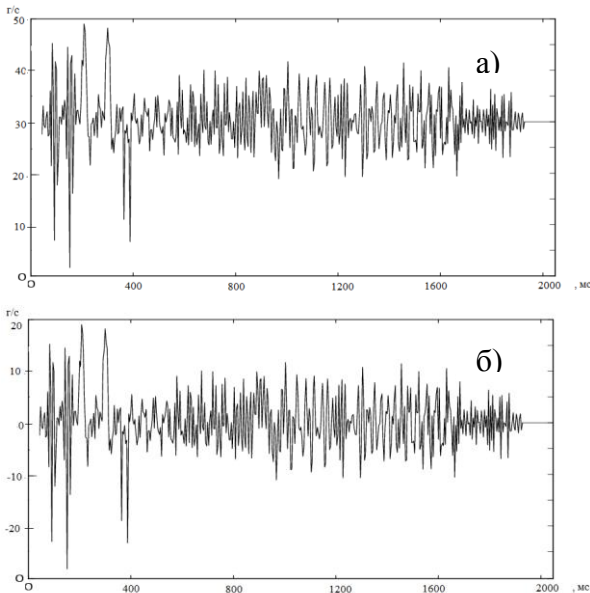


Рис. 2. Центрирование сигнала расхода

Опишем процедуру реконструкции (восстановления) исходного сигнала на основе его адаптивной аппроксимации рядом вейвлет-функций.

Когда словарь чрезмерно избыточен, поиск векторов наилучшего соответствия сигналу или его остаткам может быть лимитирован [2] в основном подсловаре $D_\alpha = (g_\gamma)_{\gamma \in \Gamma_\alpha} \subset D$. Предположим

что Γ_α – конечный индекс множества, входящего в состав Γ так, что для любого сигнала $f \in H$, где H – пространство сигнальных функций с финитной энергией:

$$\sup_{\gamma \in \Gamma_\alpha} |\langle f, g_\gamma \rangle| \geq \alpha \sup_{\gamma \in \Gamma} |\langle f, g_\gamma \rangle| \quad (3)$$

Здесь $\langle f, g_\gamma \rangle$ – скалярное произведение сигнала и вейвлета с индексом γ .

В зависимости от α и избыточности словаря множество Γ_α может быть гораздо меньше Γ . Поиск соответствия инициализируется вычислением скалярных произведений $(\langle f, g_\gamma \rangle)_{\gamma \in \Gamma_\alpha}$ и продолжает по индукции работать по следующей схеме. Предположим, что имеется уже вычисленное скалярное $(\langle R^n f, g_\gamma \rangle)_{\gamma \in \Gamma_\alpha}$ для итерации с номером $n \geq 0$. Здесь под $R^n f$ понимается остаточный сигнал после n -й итерации в рамках выполняемой аппроксимации. В подсловаре D_α ищется такой элемент g_{γ_n} (словарная волновая форма с индексом γ_n), что

$$\left| \langle R^n f, g_{\bar{\gamma}_n} \rangle \right| = \sup_{\gamma \in \Gamma_\alpha} \left| \langle R^n f, g_\gamma \rangle \right|. \quad (4)$$

Для того чтобы найти словарный элемент, соответствующий f лучше, чем $g_{\bar{\gamma}_n}$, по методу Ньютона [3] ищется индекс γ_n по соседству с $\bar{\gamma}_n$ в Γ , где $\left| \langle f, g_\gamma \rangle \right|$ достигает локального максимума. Очевидно, что

$$\left| \langle R^n f, g_{\gamma_n} \rangle \right| \geq \left| \langle R^n f, g_{\bar{\gamma}_n} \rangle \right| \geq \alpha \sup_{\gamma \in \Gamma} \left| \langle R^n f, g_\gamma \rangle \right|. \quad (5)$$

Отметим, что функция выбора определяется косвенным образом по вышеуказанной концепции двойного поиска. После выбора вектора g_{γ_n} вычисляется скалярное произведение нового остатка $R^{n+1} f$ с любым $g_\gamma \in D_\alpha$, поэтому имеем

$$\langle R^{n+1} f, g_\gamma \rangle = \langle R^n f, g_\gamma \rangle - \langle R^n f, g_{\gamma_n} \rangle \langle g_{\gamma_n}, g_\gamma \rangle. \quad (6)$$

Так как $\langle R^n f, g_\gamma \rangle$ и $\langle R^n f, g_{\gamma_n} \rangle$ предварительно были сохранены, то обновление состоит лишь в вычислении $\langle g_{\gamma_n}, g_\gamma \rangle$. Как правило, словари построены таким образом, что это скалярное произведение получается при малом числе операций. Количество времени на разложение остатков данного сигнала f зависит от желаемой степени точности аппроксимации ε . Количество итераций – это минимум p , такой, что остаток вектора после p -й итерации:

$$\|R^p f\| = \left\| f - \sum_{n=0}^{p-1} \langle R^n f, g_{\gamma_n} \rangle g_{\gamma_n} \right\| \leq \varepsilon \|f\|. \quad (7)$$

Из условия консервации энергии $\|f\|^2 = \sum_{n=0}^{m-1} \left| \langle R^n f, g_{\gamma_n} \rangle \right|^2 + \|R^m f\|^2$ следует выражение

$$\|f\|^2 - \sum_{n=0}^{p-1} \left| \langle R^n f, g_{\gamma_n} \rangle \right|^2 \leq \varepsilon^2 \|f\|^2. \quad (8)$$

Поскольку остаток $R^n f$ не вычисляется, то для остановки разложения на каждой итерации проверяется справедливость выражения (7). Иными словами, итеративный процесс прекращается при выполнении условия $\|R^n f\| \leq \varepsilon \|f(t)\|$, то есть когда остаточный вектор $R^n f$ после n -й итерации становится меньше заданной ошибки аппроксимации $\varepsilon \|f(t)\|$ сигнала. Количество итераций p зависит от скорости уменьшения $\|R^n f\|$. Оно может изме-

няться в широких пределах в зависимости от вида сигналов.

Уменьшение остаточного вектора $\|R^n f\|$ зависит от корреляции между остатками и элементами словаря. Определим корреляционное отношение функции $f \in H$ относительно D как

$$\lambda(f) = \sup_{\gamma \in \Gamma} \frac{\left| \langle f, g_\gamma \rangle \right|}{\|f\|} = \frac{\sum_{i=1, N} (f_i \cdot g_{\gamma_i})^{0.5}}{\left\| \sum_{i=1, N} (f_i^2)^{0.5} \right\|}. \quad (9)$$

Для любого $f \in H$, $\lambda(f)$ – больше, чем некоторая положительная постоянная величина. Кроме того, доказано [2], что $\|R^n f\|$ уменьшается экспоненциально и что чем ниже корреляционные отношения конкретного сигнала f и его остатков, тем медленнее затухает норма последних. Если сигнал f представляет собой совокупность высокоэнергетических компонент, принадлежащих словарю, то корреляционные отношения f и его остатков высоки, поэтому их норма быстро уменьшается. Эти высокоэнергетические компоненты можно рассматривать как «когерентные структуры» относительно словаря. Если же остатки сигнала имеют низкие корреляционные отношения, то их норма уменьшается медленно, а сам сигнал f необходимо разложить по многим словарным векторам для получения хорошей аппроксимации. Это означает, что информация сигнала f «размыта» по словарю.

Чтобы осуществлять на каждой итерации быстрое вычисление скалярного произведения, воспользуемся аналитическим выражением для определения скалярного произведения двух дискретных (решетчатых) габоровских функций. Для этого рассмотрим сигналы в виде решетчатых функций f_d и h_d с периодом N :

$$f_d(n) = \sum_{q=-\infty, +\infty} f(n + qN); \quad (10)$$

$$h_d(n) = \sum_{m=-\infty, +\infty} h(n + mN). \quad (11)$$

Сформируем скалярное произведение двух решетчатых сигналов:

$$\begin{aligned} \langle f_d, h_d \rangle &= \sum_{n=1, N} f_d(n) h_d(n) = \\ &= \sum_{n=1, N} \left[\sum_{q=-\infty, +\infty} f(n + qN) \sum_{m=-\infty, +\infty} h(n + mN) \right] = \\ &= \sum_{p=-\infty, +\infty} f(p) \sum_{m=-\infty, +\infty} h(p + mN). \end{aligned} \quad (12)$$

Таким образом, перепишем так:

$$\begin{aligned} & \langle f_d, h_d \rangle = \\ & = \sum_{m=-\infty, +\infty} \sum_{p=-\infty, +\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) h(t + mN) \delta(t - p) dt \end{aligned} \quad (13)$$

По формуле Пуассона

$$\sum_{p=-\infty, +\infty} \delta(t - p) = \sum_{q=-\infty, +\infty} \exp(j2\pi qp). \quad (14)$$

Подставив (14) в (13), получим выражение для быстрого расчета скалярного произведения двух решетчатых функций сигналов:

$$\begin{aligned} & \langle f_d, h_d \rangle = \sum_{n=1, N} f_d(n) h_d(n) = \\ & = \sum_{m=-\infty, +\infty} \sum_{p=-\infty, +\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) h(t + mN) \exp(j2\pi qp) dt \end{aligned} \quad (15)$$

Следовательно, для двух определенных вейвлет-функций $g(t)$ словаря Габора с индексами

$$\gamma_1 = \left(s_1, p_1, \frac{2\pi k_1}{N} \right) \text{ и } \gamma_2 = \left(s_2, p_2, \frac{2\pi k_2}{N} \right) \text{ мож-}$$

но записать скалярное произведение двух решетчатых габоровских сигналов:

$$\begin{aligned} & \langle g_{\gamma_1}, g_{\gamma_2} \rangle = K_{s_1} K_{s_2} \sqrt{\frac{2s_1 s_2}{s_1^2 + s_2^2}} \\ & \exp\left(-jp_2 \frac{2\pi(k_2 - k_1)}{N}\right) \times \\ & \times \sum_{m=-\infty, +\infty} \sum_{p=-\infty, +\infty} \left\{ \exp\left[-\pi \frac{(p_2 - p_1 + mN)^2}{s_1^2 + s_2^2}\right] \right\} \\ & \exp\left[-\pi \frac{(k_2 - k_1 + qN)^2}{N^2 (s_1^{-2} + s_2^{-2})}\right] \times \\ & \times \exp\left[j \frac{s_2^2}{s_1^2 + s_2^2} (k_2 - k_1 + qN)(p_2 - p_1 + mN)\right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Если вейвлеты g_{γ_1} и g_{γ_2} представляют собой либо функции Дирака (т.е. $\delta(t)$), либо комплексные экспоненты (т.е. гармонические функции), которые абсолютно локализованы соответственно во временном и частотном пространствах, то использовать для расчетов нужно разновидность формулы (16), для получения которой в последней проставляются нулевые масштабы и частоты для δ -функций, а для синусоидальных волновых форм в словарной функции задается единичная модуляция.

При задании точности вычислений ε для каждого вейвлета Габора g_{γ_1} существуют $O(N\sqrt{|\log \varepsilon|})$ других таких векторов g_{γ_2} , для которых скалярным произведением $\langle g_{\gamma_1}, g_{\gamma_2} \rangle$ пренебречь нельзя. Можно показать при этом [2], что выражение (16) потребует $O(N|\log \varepsilon|^{3/2})$ операций для расчета скалярного произведения некоторого вейвлет-атома g_{γ_1} со всеми другими атомами g_{γ} из пространства Γ_α .

Полная вычислительная сложность расчетов на одной итерации в алгоритме вейвлет-поиска соответствия имеет порядок $O(N \log N)$. Таким образом, при табуляции гауссовых и гармонических функций на каждую итерацию требуется примерно столько же времени работы центрального процессорного устройства, сколько уходит на реализацию быстрого преобразования Фурье [3] при анализе решетчатого сигнала с N отсчетами.

Рассмотрим подробнее технологию итеративной процедуры. На первом шаге выбирается вектор g_{γ_0} , дающий наибольшее скалярное произведение с сигналом $f(t)$:

$$f = \langle f, g_{\gamma_0} \rangle g_{\gamma_0} + R^1 f. \quad (17)$$

Затем остаточный вектор R^1 , полученный после аппроксимации f в направлении g_{γ_0} , раскладывается подобным же образом. Итеративная процедура повторяется по последующим получаемым остаточным векторам $R^n f$, $n = 0, m$. Таким образом, на каждой итерации (фазе итеративного процесса) выбирается только одна вейвлет-функция g_{γ_i} , где $(i+1)$ – номер итерации для индекса γ_i ; при этом отбираемый вейвлет g_{γ_i} вводится в аппроксимативное выражение (17) по критерию максимума скалярного произведения выбираемой из словаря вейвлет-функции g_{γ_i} и остаточного вектора $R^{i+1} f$ на $(i+1)$ -й итерации. Следовательно,

$$R^n f = \langle R^n f, g_{\gamma_n} \rangle g_{\gamma_n} + R^{n+1} f, \quad (18)$$

где $R^n f = R^0 f \equiv f(t)$ – остаточный вектор на нулевой итерации, равный исходному анализируемому сигналу $f(t)$.

Таким способом сигнал раскладывается в сумму времячастотных атомов, выбранных оптимально соответствующими остаткам сигнала (см. схему на рис. 3):

$$f = \sum_{n=0, m} \langle R^n f, g_{\gamma_n} \rangle g_{\gamma_n} + R^{n+1} f. \quad (19)$$

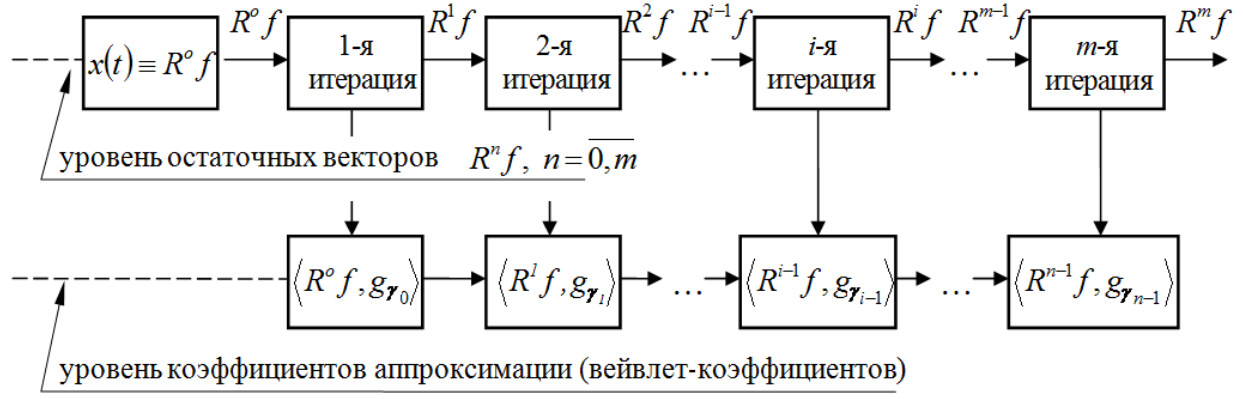


Рис. 3. Двухуровневая схема адаптивной аппроксимации сигнала

В этой схеме в каждом блоке скалярных произведений вычисляется максимальное значение вейвлет-коэффициента (коэффициента аппроксимации) на определенном i -м итеративном шаге.

В [2] доказано, что данная процедура сходится к $f(t)$ при числе волновых форм избыточного словаря $m \rightarrow \infty$, то есть

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \|R^m f\| = 0, \quad (20)$$

где $R^m f$ – остаточный вектор на m -й итерации; $\|R^m f\|$ – норма остаточного вектора в виде решетчатой функции

$$f[(kT)_0] = \sum_{k=0, L} f(kT)_0 \delta(t - kT),$$

где $(kT)_0$ – дискретное время для центрированного решетчатого сигнала $f[(kT)_0]$; L – размерность сигнала (число отсчетов при его дискретизации). Следовательно, аппроксимация сигнала $f(t)$ при числе итераций n алгоритма вейвлет-поиска соответствия с помощью словарных вейвлет-функций $g(t)$, выбираемых в направлении индексного вектора γ_n , определяется как

$$f(t) = \sum_{n=0, m \rightarrow \infty} \langle R^n f, g_{\gamma_n} \rangle g_{\gamma_n}, \quad (21)$$

где вектор номера вейвлет-функции n также решетчатая функция с единичным шагом.

При этом квадрат нормы сигнала равен

$$\|f\|^2 = \sum_{n=0}^m |\langle R^n f, g_{\gamma_n} \rangle|^2. \quad (22)$$

Это значит, что сумма квадратов дискрет решетчатого сигнала $f(t)$ равна сумме квадратов скалярных произведений остаточных векторов $R^n f$, разложенных в направлении вейвлет-функций g_{γ_n} и базисных функций g_{γ_n} .

Результаты и их обсуждение

Пример технологии алгоритма вейвлет-поиска соответствия представлен на рис. 4.

Здесь приведена последовательная процедура обработки исходного сигнала путем итеративного отбора из словаря D вейвлет-функций Габора и получения остаточных сигналов после 1-й, 2-й и 3-й фаз итеративного процесса. Римскими цифрами I, II, III, IV обозначены фрагменты сигнала $f(t)$, которые аппроксимируются тремя времячастотными атомами Габора, причем последовательность аппроксимации с учетом энергетической плотности этих фрагментов и их остатков такова: II → I → III. Фрагмент IV не аппроксимируется, поскольку остаточный сигнал на рис. 4г меньше по норме заданной ошибки аппроксимации $\varepsilon \|f(t)\|$.

На рис. 5 отображена процедура адаптивной аппроксимации в виде алгоритмической блок-схемы.

В блоке 1 (см. рис. 5) выполняется нормирование вектора сигнала $f(t)$, иными словами, производится операция приведения нормы сигнала $f(t)$ к единичному значению. Следовательно, для решетчатого центрированного сигнала $f[(kT)_0] = \sum_{k=0, L} f(kT)_0 \cdot \delta(t - kT)$,

норма которого $\|f[(kT)_0]\| \neq 1$, нормализация ведет к

операции вида $\frac{1}{\|f(kT)_0\|} \cdot f(kT)_0$. В остальных

блоках операции соответствуют выражениям (17)–(21). Заметим, что в блоках 6, 7, 8 ошибка аппроксимации задается также в виде нормированного вектора $\varepsilon \|f(t)\|$.

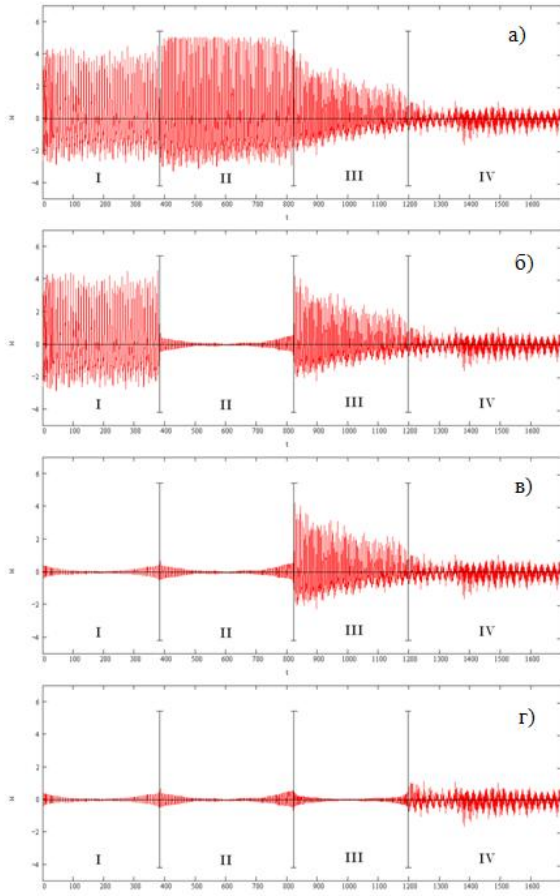


Рис. 4. Технология получения остаточных векторов по формуле (18): а) исходный сигнал; б), в), г) – остаточный сигнал после 1-й, 2-й и 3-й итерации

В блоке 8 происходит сравнение нормы остаточного сигнального вектора $\|R^n f\|$ с нормой ошибки $\varepsilon\|f(t)\|$. Если логическое условие не выполняется (выход «нет»), то итеративный процесс продолжается. Если условие выполняется (выход «да»), то итеративный процесс прекращается, последний вейвлет занимает свое место в векторе-аппроксиманте, который в блоке 9 фиксируется в виде восстановленного сигнала $f(t) \cong \sum_{i=1, N} a_i \cdot g(t)$, где a_i – вейвлет-коэффициенты.

Опишем численное применение метода вейвлет-поиска соответствия (ВПС) при использовании в процессе анализа материалопотоковых сигналов избыточного вещественного словаря Габора в качестве функционального тезауруса. Для некоторого индекса $\gamma = \left(\tau, S, \frac{2\pi k}{n}\right)$ и начальной фазы ϕ , лежащей в диапазоне $[0, 2\pi]$, вещественные дискретные времячастотные атомы связаны с комплексными атомарными функциями соотношением

$$g(\gamma, \phi) = \frac{K(\gamma, \phi)}{2} \left(\exp(j\phi) g_\gamma + \exp(-j\phi) g_{\bar{\gamma}} \right). \quad (23)$$

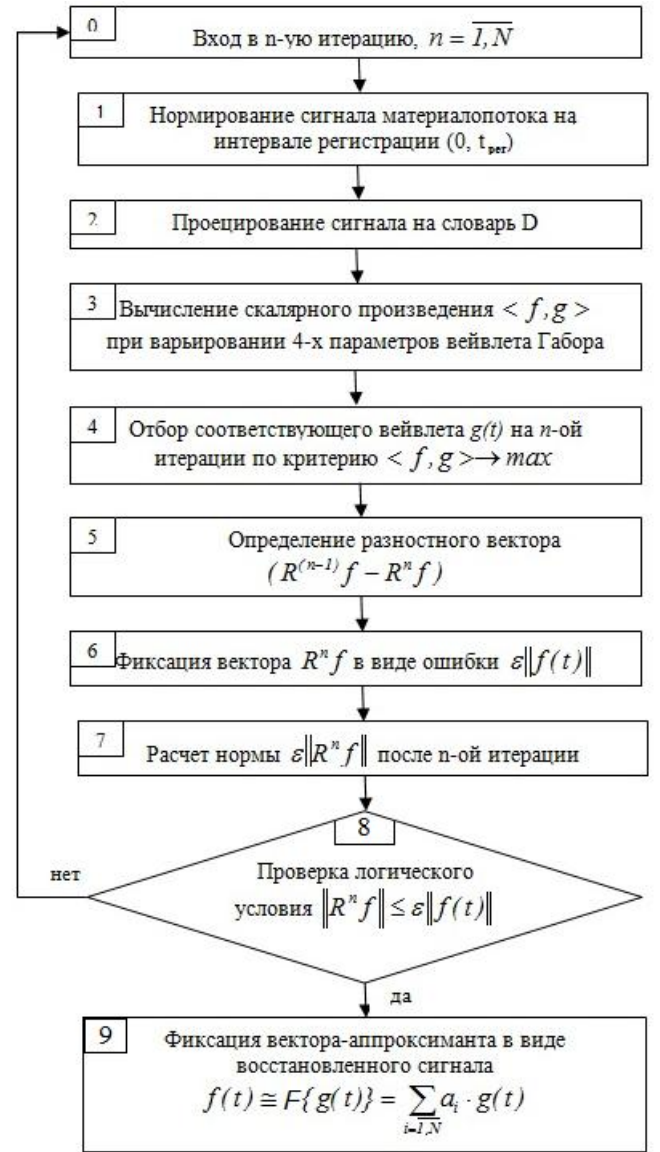


Рис. 5. Алгоритмическая блок-схема процедуры вейвлет-поиска соответствия

Можно показать, что константа нормирования $K(\gamma, \phi)$ имеет вид:

$$K(\gamma, \phi) = \sqrt{2} \left(1 + \operatorname{Re} \left(\exp(j2\phi) \langle g_\gamma, g_{\bar{\gamma}} \rangle \right) \right)^{-0.5}, \quad (24)$$

где $\operatorname{Re} \left(\exp(j2\phi) \langle g_\gamma, g_{\bar{\gamma}} \rangle \right)$ – вещественная часть $\exp(j2\phi) \langle g_\gamma, g_{\bar{\gamma}} \rangle$.

Тогда для остаточного многочлена сигнала $R^n f$ модуль скалярного произведения равен

$$\left| \langle R^n f, g(\gamma, \phi) \rangle \right| = K(\gamma, \phi) \left| \operatorname{Re} \left(e^{-j\phi} \langle R^n f, g_\gamma \rangle \right) \right|. \quad (25)$$

Задавая ϕ , равную комплексной фазе ϕ_γ скалярного произведения $\langle R^n f, g_\gamma \rangle$, получим

$$\left| \text{Re} \left(\exp(-j\phi_\gamma) \langle R^n f, g_\gamma \rangle \right) \right| = \left| \langle R^n f, g_\gamma \rangle \right|. \quad (26)$$

Таким образом осуществляется поиск такого индекса $\tilde{\gamma}_n$, при котором соответствующим вейвлетом g_γ максимизируется модуль скалярного произведения $\left| \langle R^n f, g_\gamma \rangle \right|$ для индекса γ в подпространстве Γ_α .

При этом с помощью алгоритма Ньютона [3] исследуется окрестность словарного индекса $\tilde{\gamma}_n$ в пространстве Γ для индекса $\gamma_n = \left(\tau_n, S_n, \frac{2\pi k_n}{N} \right) \in \Gamma$, при

котором модуль скалярного произведения $\left| \langle R^n f, g_\gamma \rangle \right|$ достигает локального максимума (формула (5)).

Поскольку остаточный многочлен анализируемого сигнала на $(n+1)$ -й итерации равен

$$R^{n+1} f = R^n f - \langle R^n f, g(\gamma_n, \phi_{\gamma_n}) \rangle g(\gamma_n, \phi_{\gamma_n}), \quad (27)$$

где $g(\gamma_n, \phi_{\gamma_n})$ – словарная функция с индексом γ_n и начальной фазой ϕ_{γ_n} , то при следующей итерации следует рассчитать для некоторого словарного индекса $\gamma \in \Gamma_\alpha$ скалярное произведение

$$\begin{aligned} \langle R^{n+1} f, g_\gamma \rangle &= \langle R^n f, g_\gamma \rangle - \\ &- \langle R^n f, g(\gamma_n, \phi_{\gamma_n}) \rangle \langle g_{\gamma_n}, \phi_{\gamma_n} \rangle \end{aligned} \quad (28)$$

Следовательно, в итоге оценивается и подсчитывается скалярное произведение следующего вида:

$$\begin{aligned} \langle g(\gamma_n, \phi_{\gamma_n}), g_\gamma \rangle &= \frac{K(\gamma_n, \phi_{\gamma_n})}{2} \\ \left[\exp(j\phi_{\gamma_n}) \cdot \langle g_{\gamma_n}, g_\gamma \rangle + \exp(-j\phi_{\gamma_n}) \cdot \langle g_{\bar{\gamma}_n}, g_\gamma \rangle \right] \end{aligned} \quad (29)$$

Иерархия и скорость варьирования четырех параметров индекса вейвлет-функций в словаре демонстрируются на рис. 6. Характер изменения параметров определяется блок-схемой (а), а частота смены их значений от верхнего иерархического уровня (τ) к нижнему (ϕ) – диаграммой (б).

Для получения времячастотного отображения сигнала, реконструированного в ходе ВПС, воспользуемся распределением Вигнера.

Перекрытое распределение Вигнера [1, 2] двух функций $f(t)$ и $h(t)$ определяется как

$$\begin{aligned} W[f, h](t, \omega) &= \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f\left(t + \frac{\tau}{2}\right) h\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \exp(-j\omega\tau) d\tau \end{aligned} \quad (30)$$

Распределение Вигнера функции $f(t)$:

$Wf(t, \omega) = W[f, f](t, \omega)$. Так как оно квадратичное, то в итоге получаем

$$Wf(t, \omega) = \sum_{n=0}^{+\infty} \left| \langle R^n f, g_{\gamma_n} \rangle \right|^2 W_{g_{\gamma_n}}(t, \omega) + \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=0, m \neq n}^{+\infty} \langle R^n f, g_{\gamma_n} \rangle \langle R^m f, g_{\gamma_m} \rangle W[g_{\gamma_n}, g_{\gamma_m}](t, \omega) \quad (31)$$

Двойная сумма в выражении (31) соответствует перекрестным членам, представленным в распределении Вигнера. Эти члены обычно удаляются, чтобы получить чистую картину распределения энергии на времячастотной карте. Удаление этих членов осуществляется непосредственно – при расчетах энергетического распределения берется только первая сумма. Поэтому для визуализации плотности энергии на времячастотной плоскости представления сигнала, полученного средствами ВПС, определяется величина

$$Ef(t, \omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \left| \langle R^n f, g_{\gamma_n} \rangle \right|^2 W_{g_{\gamma_n}}(t, \omega). \quad (32)$$

На основании известных свойств распределения Вигнера, таких как растяжение и смещение, а также уравнения времячастотного атома получаем для $\gamma = (\tau, s, \xi)$

$$Wg_\gamma(t, \omega) = Wg\left(\frac{t-\tau}{s}, s(\omega-\xi)\right) \quad (33)$$

и, следовательно,

$$Ef(t, \omega) = \sum_{n=0}^{+\infty} \left| \langle R^n f, g_{\gamma_n} \rangle \right|^2 Wg\left(\frac{t-\tau_n}{s_n}, s_n(\omega-\xi_n)\right). \quad (34)$$

Распределение Вигнера также удовлетворяет условию

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Wg(t, \omega) dt d\omega = \|g\|^2 = 1, \quad (35)$$

поэтому в соответствии с уравнением локализации энергии имеем

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Ef(t, \omega) dt d\omega = \|f\|^2. \quad (36)$$

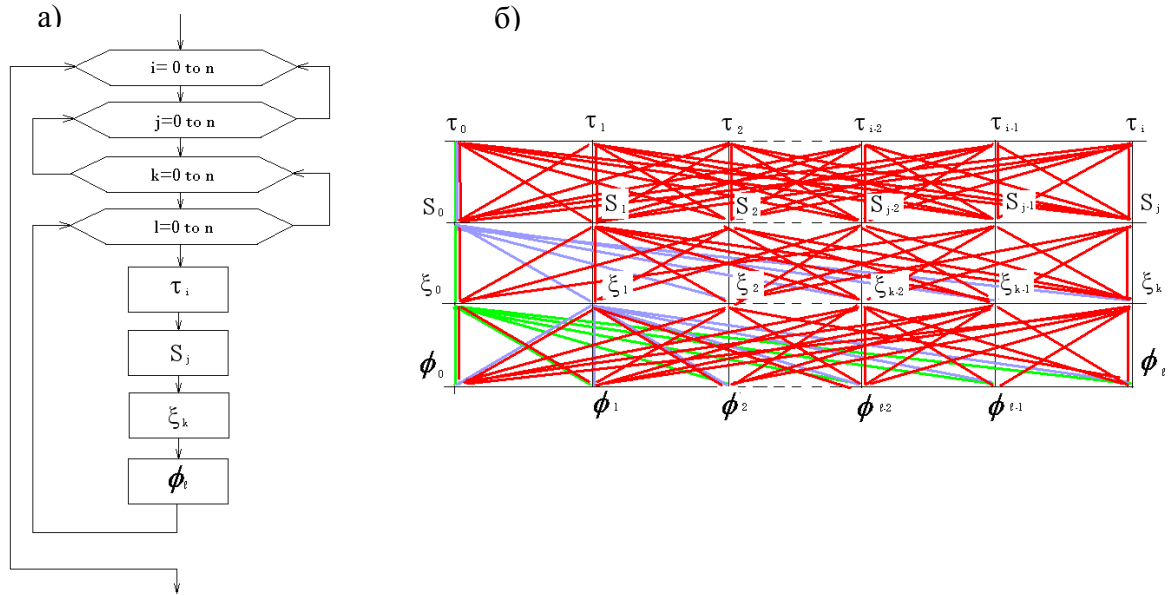


Рис. 6. Задание значений параметров вейвлетов Габора

Функцию $Ef(t, \omega)$ можно интерпретировать как плотность энергии f на времячастотной плоскости (t, ω) . В отличие от распределений класса Коэна [4] данный вид распределения не содержит перекрестных членов. Оно также остается положительным, если $Wg(t, \omega)$ – положительно, т.е. когда $g(t)$ – гауссова функция. Чтобы получить разложение с вещественными коэффициентами, когда сигнал $f(t)$ также вещественен, необходимо использовать словари вещественных времячастотных атомов. Для любого $\gamma = (\tau, s, \xi)$ с $\xi \neq 0$ и любой фазы $\phi \in [0, 2\pi]$ определим

$$g(\gamma, \phi) = \frac{K(\gamma, \phi)}{\sqrt{S}} g\left(\frac{t - \tau}{s}\right) \cdot \cos(\xi t + \phi). \quad (37)$$

Постоянную $K(\gamma, \phi)$ устанавливаем такой, чтобы задать $\|g(\gamma, \phi)\| = 1$. Начальная фаза ϕ , скрытая ранее в комплексных числах, теперь отчетливо прослеживается как один из четырех параметров вещественных атомов. Словарь вещественных времячастотных атомов определяется выражением $D = (g_{(\gamma, \phi)})_{(\gamma, \phi) \in \Gamma \times [0, 2\pi]}$. Поиск соответствия, выполненный с данным словарем, разлагает любой вещественный сигнал $f(t)$ в ряд:

$$f(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} \langle R^n f, g(\gamma_n, \phi_n) \rangle g(\gamma_n, \phi_n)(t), \quad (38)$$

где индексы $(\gamma_n, \phi_n) = (\tau_n, S_n, \xi_n, \phi_n)$ выбираются для наилучшего соответствия остаткам f .

Для любого $\gamma = (\tau, s, \xi)$ вещественные атомы связаны с комплексными атомами следующим выражением:

$$g(\gamma, \phi)(t) = \frac{K(\gamma, \phi)}{2} (e^{i\phi} g_{\gamma}(t) + e^{-i\phi} g_{\gamma^-}(t)), \quad (39)$$

где $\gamma^- = (\tau, s, -\xi)$.

Времячастотное распределение энергии вещественного сигнала $f(t)$ получается из ВПС-разложения при суммировании распределений Вигнера комплексных атомов:

$$Ef(t, \omega) = \sum_{n=0}^{+\infty} \left| \langle R^n f, g(\gamma_n, \phi_n) \rangle \right|^2 \frac{1}{2} (W_{g_{\gamma_n}}(t, \omega) + W_{g_{\gamma_n^-}}(t, \omega)). \quad (40)$$

При подстановке в это выражение уравнения (33) получим

$$Ef(t, \omega) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{+\infty} \left| \langle R^n f, g(\gamma_n, \phi_n) \rangle \right|^2 \left(W_g\left(\frac{t - \tau_n}{S_n}, S_n(\omega - \xi_n)\right) + W_g\left(\frac{t - \tau_n}{S_n}, S_n(\omega + \xi_n)\right) \right). \quad (41)$$

Это распределение также удовлетворяет характеристике $Ef(t, \omega)$ как плотности энергии (34).

Данное энергетическое распределение используется для визуализации итоговой сигнальной информации [5] в автоматизированной системе управления смесеприготовительным агрегатом.

Анализ таких времячастотных отображений материалопопотоковых сигналов и идентификация параметров их элементов, определяющих характер текущих режимов, позволяют формировать управляющие воздействия, корректирующие режим работы дозирующего оборудования.

Список литературы

1. Федосенков, Б.А. Управление смесеприготовительным агрегатом на базе вейвлет-преобразований / Б.А. Федосенков, А.С. Назимов, А.В. Шебуков // Автоматизация и современные технологии. Автоматизация научно-исследовательских и производственных процессов. – 2004. – № 8. – С. 7–13.
2. Mallat, S. Matching pursuit with time-frequency dictionaries / S. Mallat and Z. Zhang // IEEE Transactions on Signal Processing. – 1993. – Vol. 41, № 12. – P. 3397–3415.
3. Корн, Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1977. – 832 с.
4. Cohen, L. Time-frequency distributions – A review / L. Cohen // Proc. IEEE. – 1989. – Vol. 77, № 7. – P. 941–981.
5. Использование технологии вейвлет-мониторирования как средства управления динамикой стационарных и нестационарных процессов / К.А. Дацук, Е.Н. Карнадуд, Д.Б. Федосенков и др. // Исследование, разработка и применение высоких технологий в промышленности: Сб. тр. 9-й междунар. науч.-практ. конф., Санкт-Петербург, 22–23.04.2010. – Т. 3. – С. 256–258.

ГОУ ВПО «Кемеровский технологический институт
пищевой промышленности»,
650056, Россия, г. Кемерово, б-р Строителей, 47.
Тел./факс: (3842) 73-40-40
e-mail: office@kemtipp.ru

SUMMARY

K.A. Datsuk, E.I. Kniazkov, D.B. Fedosenkov, A.A. Yampolsky, B.A. Fedosenkov

The method of controlling the dosing and mixing processes on the basis of wavelet transforms

This article presents an approach which can be used for the representation of material flow processes while dealing with the problem of dosing and mixing regimes control. In this technique the matching pursuit algorithm has been adapted for approximating the flow signals registered at the output of a dosing devices block. As a result of this procedure, the wavelet approximated signals are afterwards transformed into the so-called Wigner distributions (maps) which are the material energy flow signals density distributions over time-frequency space. The advantages, limitations, and possible extensions of the approach considered are outlined. An example on the reconstruction of a flow signal has been reviewed.

Dry material dosing, wavelet function, Wigner distribution, Gabor wavelet parameters, wavelet matching pursuit algorithm.

Kemerovo Institute of Food Science and Technology
47, Boulevard Stroiteley, Kemerovo, 650056, Russia
Phone/Fax: +7(3842) 73-40-40
e-mail: office@kemtipp.ru

