### С.А. Иванова

# СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КИСЛОТНОЙ КОАГУЛЯЦИИ В ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМАХ ОБЕЗЖИРЕННОГО МОЛОКА\*

Рассматривается процесс кислотной коагуляции белков обезжиренного молока внесением глюконо-δлактона или закваски молочнокислых бактерий. Введены показатели эффективности функционирования процесса, для вычисления которых разработана стохастическая модель, позволяющая описать изменение активной кислотности раствора с течением времени. Вычислено время, достаточное для подготовки раствора к концентрированию белков.

Обезжиренное молоко, кислотная коагуляция, стохастическая модель.

#### Введение

Вторичное молочное сырье может быть источником белков, лактозы, витаминов, минеральных веществ и т.д., при этом обезжиренное молоко содержит практически весь белковый, углеводный и минеральный комплекс молока, за исключением липидного. Возможности применения выделенной белковой части весьма широки. Белковый концентрат вводят для повышения содержания сухих веществ в йогурт, в молоко, используемое для производства сыра и творога, в смеси для мороженого, пасты, майонеза и др., а также при производстве аэрированных молочных десертов, что позволяет улучшить структуру и обеспечить заданное качество готового продукта [1-

Достаточно часто среди методов выделения белков из молочного сырья отдается предпочтение мембранным. При обработке обезжиренного молока ультрафильтрацией в основном задерживается казеин, а сывороточные белки переходят в фильтрат. Размеры мицелл казеина имеют существенный разброс, при этом число частиц необходимого размера для задержания ультрафильтрационной мембраной недостаточно для интенсивного концентрирования, поэтому желательно предварительно подготовить сырье. Для предлагается провести коагуляцию, при которой кислота уменьшает уровень рН раствора, что приводит к укрупнению мицелл казеина. Внесение в молоко регулятора кислотности или заквасок молочнокислых бактерий приводит к образованию кислоты, необходимой для этого процесса [4-6].

Изучим процесс кислотной коагуляции обезжиренного молока и по изменению концентрации образующейся кислоты определим время, необходимое для снижения уровня активной кислотности рН, при котором и происходит укрупнение мицелл казеина.

Зависимость активной кислотности молока от времени определяется следующим уравнением [7]:

$$pH(\tau) = -\lg([H^+(\tau)]), \tag{1}$$

где  $[H^{+}(\tau)]$  — концентрации ионов водорода в растворе в момент времени  $\tau$ .

# Материалы и методы

Образование кислоты в обезжиренном молоке может быть представлено схематически при внесении глюконо- $\delta$ -лактона ( $C_6H_{10}O_6$ ), который гидролизуется до глюконовой кислоты ( $C_6H_{12}O_7$ ):

$$C_6H_{10}O_6 + H_2O \xrightarrow{k_1 \atop k_2} C_6H_{12}O_7$$

где  $k_1$  и  $k_2$  – константы прямой и обратной реакции.

При внесении стартерных культур через некоторое время  $\tau_0$  бактерии начинают вырабатывать фермент, который расщепляет лактозу до молочной кислоты [6]:

$$C_6H_{12}O_6 \longrightarrow 2C_3H_6O_3$$
.

Схему реакции изобразим следующим образом [5, 8]:

$$\mathcal{J} + \Phi \xrightarrow{k_1 \atop k_2} \Phi \mathcal{J} \xrightarrow{k_3} MK$$

где  $k_1$ ,  $k_2$  и  $k_3$  — константы прямой и обратной реакции; Л — лактоза; Ф — фермент; ФЛ — ферментно-лактозный комплекс; МК — молочная кислота.

# Математическое моделирование

растворе концентрации Vвеличение В глюконовой или молочной кислоты приводит к укрупнению мицелл казеина. Так как на гидролиз глюконо-б-лактона или ферментацию лактозы влияет фактор случайности (т.е. преобразование частиц глюконо-б-лактона или лактозы в кислоту происходит в случайные моменты времени при сформировавшихся необходимых процесса), то для анализа эффективности процесса кислотной коагуляции белков молока, рассматривая его как стохастический объект, можно построить вероятностную модель. Более того, проведенные экспериментальные исследования утверждать, что этот процесс достаточно хорошо может быть описан экспоненциальным законом [3], поэтому математическую модель кислотной коагуляции рассмотрим как стохастическую систему S, представимую в виде размеченного графа (рис. 1, а, б) и имеющую два состояния в случае

<sup>\*</sup> Работа поддержана РФФИ, грант № 09-0700185-а.

внесения глюконо- $\delta$ -лактона и три — в случае молочнокислого брожения.

Каждая частица глюконо- $\delta$ -лактона (GDL), внесенная в обезжиренное молоко (рис.  $1,\ a$ ), в любой момент времени либо осталась сама собой (состояние  $C_0$ ), либо гидролизовалась и стала частицей

глюконовой кислоты (GH) (состояние  $C_1$ ). Переход частицы из состояния  $C_i$  в состояние  $C_j$  и обратно осуществляется случайно, с интенсивностями  $\lambda_i=1/\tau_{\rm cp}^i$ ,  $\tau_{\rm cp}^i$  – среднее время перехода GDL в GH и GH в GDL, соответственно,  $i,j=0,1,j\neq i$ .

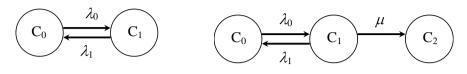


Рис. 1. Размеченный граф состояний системы *S*: a) внесение GDL; б) внесение молочнокислых бактерий

Каждая частица лактозы, находящаяся в обезжиренном молоке (рис.  $1, \delta$ ), в любой момент времени либо осталась сама собой (состояние  $C_0$ ), либо объединяется с ферментом (состояние  $C_1$ ), выработанным молочнокислыми бактериями, либо стала 2 частицами [6] молочной кислоты (состояние  $C_2$ ). Переход частицы из состояния  $C_i$  в состояние  $C_j$  и обратно осуществляется случайно, с интенсивностями  $\lambda_i = 1/\tau_{\rm cp}^i$ ,  $\mu = 1/\tau_{\rm cp}$ ,  $\tau_{\rm cp}^i$ ,  $\tau_{\rm cp}$  — среднее время образования и распада ферментнолактозного комплекса и среднее время перехода ферментно-лактозного комплекса в молочную кислоту, соответственно,  $i=0,1,j=0,1,2,j\neq i$ .

Константы  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  реакции рассматриваются как удельные скорости перехода [8]. В теории вероятностей их аналоги называют интенсивностями перехода с размерностью обратной времени и обозначают греческими буквами, поэтому  $\lambda_0 = k_1$ ,  $\lambda_1 = k_2$ ,  $\mu = k_3$ .

Пусть  $P_i$   $\tau$  — вероятность того, что в любой момент времени  $\tau \in 0, \infty$  частица находится в состоянии  $C_i$ , i=0, 1 (рис. 1, a) и i=0, 1, 2 (рис. 1,  $\delta$ ). Система дифференциальных уравнений, соответствующая графам, имеет вид соответственно:

$$\begin{cases} P_{0}^{'} \quad \tau = -\lambda_{0} \cdot P_{0}(\tau) + \lambda_{1} \cdot P_{1} \quad \tau \\ P_{1}^{'} \quad \tau = \lambda_{0} \cdot P_{0} \quad \tau - \lambda_{1} \cdot P_{1} \quad \tau \end{cases}$$
 (2)

с начальными условиями  $P_0(0)=1$ ,  $P_1(0)=0$  и условием нормировки  $P_0(\tau)+P_1(\tau)=1$ ;

$$\begin{cases} P_{0}^{'} \quad \tau = -\lambda_{0} \cdot P_{0}(\tau) + \lambda_{1} \cdot P_{1} \quad \tau \\ P_{1}^{'} \quad \tau = \lambda_{0} \cdot P_{0} \quad \tau - (\lambda_{1} + \mu) \cdot P_{1} \quad \tau \\ P_{2}^{'}(\tau) = \mu \cdot P_{1}(\tau), \end{cases}$$
(3)

с начальными условиями  $P_0(0) = 1$ ,  $P_1(0) = P_2(0) = 0$ 

и условием нормировки  $P_0(\tau) + P_1(\tau) + P_2(\tau) = 1$ .

Обозначим через  $M_k(\tau)$  — среднее число частиц, а  $D_k(\tau)$  — дисперсию числа частиц, находящихся в состоянии  $C_k$  в момент времени  $\tau \in 0, \infty$  , k=1, 2 (состояние  $C_1$  характеризует частицы глюконовой кислоты, граф рис.  $1, a; C_2$  — частицы молочной кислоты, граф рис.  $1, \delta$ ). Системы уравнений (2), (3) описывают случайное блуждание частицы по состояниям. С учетом того что взаимное влияние частиц несущественно, распределение частиц по состояниям системы S описывается биномиальным законам, тогда по формулам Бернулли получаем:

 $M_k(\tau) = N \cdot P_k(\tau)$ ,  $D_k(\tau) = N \cdot P_k(\tau) \cdot (1 - P_k(\tau))$ , где вероятность  $P_1(\tau)$  находится из системы (2),  $P_2(\tau)$  – из системы (3); N число частиц глюконо-  $\delta$ -лактона или лактозы в начале процесса соответственно. Тогда среднее число частиц глюконовой кислоты в растворе и дисперсия этого числа определяется формулами:

$$M_1(\tau) = \frac{\lambda_0 \cdot N}{\lambda_0 + \lambda_1} \cdot 1 - e^{-(\lambda_0 + \lambda_1)\tau} \quad , \tag{4}$$

$$D_{1}(\tau) = \frac{\lambda_{0} \cdot N}{(\lambda_{0} + \lambda_{1})^{2}} \cdot \lambda_{1} + \lambda_{0} \cdot e^{-(\lambda_{0} + \lambda_{1})\tau} \cdot 1 - e^{-(\lambda_{0} + \lambda_{1})\tau} . (5)$$

До момента времени  $\tau_0$ ,  $\tau_0 \in 0, \infty$ , молочная кислота в раствор поступает в недостаточном количестве для значительного изменения уровня кислотности. С учетом этого условия среднее число частиц лактозы, ставшей молочной кислотой, и дисперсия этого числа частиц в момент времени  $\tau \in 0, \infty$  определяются формулами:

$$M_2(\tau) = N \cdot \left( \frac{\mu \cdot \lambda_0}{a \cdot (a - b)} \cdot e^{a \cdot (\tau - \tau_0)} - \frac{\mu \cdot \lambda_0}{b \cdot (a - b)} \cdot e^{b \cdot (\tau - \tau_0)} + 1 \right), (6)$$

$$D_{2}(\tau) = N \cdot \left( \frac{\mu \cdot \lambda_{0}}{a \cdot (a - b)} \cdot e^{a \cdot (\tau - \tau_{0})} - \frac{\mu \cdot \lambda_{0}}{b \cdot (a - b)} \cdot e^{b \cdot (\tau - \tau_{0})} + \right.$$

$$+ 1 \left. \left( \frac{\mu \cdot \lambda_{0}}{a \cdot (a - b)} \cdot e^{a \cdot (\tau - \tau_{0})} - \frac{\mu \cdot \lambda_{0}}{b \cdot (a - b)} \cdot e^{b \cdot (\tau - \tau_{0})} \right), \quad (7)$$

где 
$$a=-(\lambda_0+\lambda_1+\mu)+\sqrt{(\lambda_0+\lambda_1+\mu)^2-4\lambda_0\cdot\mu}$$
 /2, 
$$b=-(\lambda_0+\lambda_1+\mu)-\sqrt{(\lambda_0+\lambda_1+\mu)^2-4\lambda_0\cdot\mu}$$
 /2.

Для практических расчетов используем среднее квадратичное отклонение  $\sigma_i(\tau) = \sqrt{D_i(\tau)}$ ,  $i=0,\ 1$  или  $i=0,\ 1,\ 2$ .

Глюконовая и молочная кислоты являются слабыми кислотами и в дальнейшем диссоциируют,  $\alpha_{i}(\tau), j = 0, 1$  – степень диссоциации кислоты соответственно. Константа диссоциации молочной кислоты при T = 37 °C незначительно отличается от ее значения при T = 25 °C [7]. Однако анализ экспериментальных данных [9] показал, что при ферментации молока одновременно происходят и другие физико-химические процессы, которые играют не последнюю роль в изменении уровня активной кислотности, т.е. не все ионы водорода, отделившиеся от молекул молочной кислоты в результате диссоциации, остаются «в свободном плавании» в растворе и изменяют значение рН. Большая их часть вступает в реакцию с другими составляющими компонентами обезжиренного молока, тогда зависимость концентрации ионов водорода от времени запишется в виде:

$$[H^{+}(\tau)] = [H^{+}]_{0} + \alpha(\tau) \cdot [K_{j}(\tau)],$$
 (8)

где  $[H^+]_0$  — начальная концентрация ионов водорода,  $[K_1(\tau)] = M_1(\tau)/N_A$ ,  $[K_2(\tau)] = M_2(\tau)/N_A$ ,  $N_A \approx 6,022 \cdot 10^{23}$  1/моль — число Авогадро,  $\alpha(\tau) = \gamma \cdot \alpha_j(\tau)$ , параметр  $\gamma$  (0 <  $\gamma$  < 1) определяет долю ионов водорода, оставшихся свободными в растворе после диссоциации, и зависит от состава раствора и физико-химических показателей процесса. Для «идеальных» растворов этот параметр можно положить равным 1, в нашем случае он составил порядка  $10^{-3}$ . Степень диссоциации глюконовой или молочной кислоты находится из уравнения

$$\beta_j = \frac{\alpha_j^{\ 2}(\tau)}{1-\alpha_j(\tau)} \quad \beta_j = \frac{\alpha_j^{\ 2}(\tau) \cdot [K_j(\tau)]}{1-\alpha_j(\tau)}$$

или по формуле  $\alpha_{j}\left(\tau\right)=\frac{-\beta_{j}+\sqrt{\beta_{j}^{2}-4\cdot\beta_{j}\cdot\left[K_{j}\left(\tau\right)\right]}}{2\cdot\left[K_{j}\left(\tau\right)\right]}$  ,

где  $\beta_1 = K_{GH} \approx 1, 3 \cdot 10^{-5}$  [10],  $\beta_2 = K_{MK} \approx 1, 4 \cdot 10^{-4}$ ,  $\tau \in \ 0, \infty$  .

Адекватность модели проверим на экспериментальных данных [11] (рис. 2), которые соответствуют внесению в обезжиренное молоко (массовая доля сухих веществ 9,2 %) глюконо- $\delta$ -лактона (GDL) в расчете 15 г/л и 2 % ( $\approx$  4,13  $\cdot$  10  $^{11}$  КОЕ/л) закваски молочнокислых бактерий. В качестве основы такой закваски используют [9, 12–15] термофильные культуры в силу их интенсивного кислотообразования.

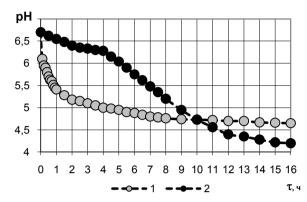


Рис. 2. Зависимость активной кислотности раствора обезжиренного молока от времени  $\tau$  при использовании:  $1-\mathrm{GDL}$ ;  $2-\mathrm{молочнокислого}$  брожения

При растворении в воде GDL медленно гидролизуется с образованием глюконовой кислоты (GH), что позволяет использовать GDL для осаждения белка. При этом происходит изменение активной кислотности рН молока с 6,7 до 5,2–4,6, при которой происходит укрупнение (коагуляция) частиц белка. Число частиц GDL в начале процесса в единице объема равно

$$N = (15/178) \cdot N_A \approx 4, 4 \cdot 10^{22}$$
 1/л.

Определим интенсивность  $\lambda_0$  по экспериментальным данным. За 0,5 часа (за это время происходит снижение уровня активной кислотности на половину величины изменения за весь временной период) процесса значение активной кислотности изменилось с 6,7 до 5,7, за это время из приблизительно  $4,4\cdot10^{22}$  частиц GDL в частицы глюконовой кислоты перешло приблизительно  $1,23\cdot10^{18}$  частиц, тогда

$$\lambda_0 = \frac{1,23 \cdot 10^{18}}{4,40 \cdot 10^{22}} : 0,5 \approx 5,591 \cdot 10^{-5}$$
 1/ч. Интенсивность

 $\lambda_1$  считается практически нулем, поэтому некоторые авторы [10, 16] считают, что ее влиянием можно пренебречь. Однако модель показывает, что для получения химического равновесия необходимо, чтобы константы были одного порядка (информация производителя: равновесие наступает при соотношении 20 % GDL, 80 % GH), но тогда мы должны считать эту постоянную хоть и малой, но значимой  $\lambda_1 = 10^{-10}$ .

Определяя по формулам (1), (5) среднее квадратичное отклонение значения активной кислотности (соответствующее изменению для

заданного значения  $\lambda_0$  среднего числа частиц глюконовой кислоты на среднее квадратичное отклонение), выяснили, что оно ничтожно мало. Это говорит о том, что при больших числовых значениях математического ожидания (> $10^4$ ) при распределении Пуассона дисперсия оказывается малоинформативным показателем. С другой стороны, по полученному диапазону значений  $M_1(\tau) \pm \sqrt{D_1(\tau)}$  числа частиц GDL, перешедших в кислоту, мы смогли определить диапазон значений интенсивности  $\lambda_0 = 4,0\cdot 10^{-5}...7,8\cdot 10^{-5}$ . На рис. 3, a представлены кривые изменения уровня активной кислотности pH (1) для значений интенсивностей  $\lambda_0 = 4,0\cdot 10^{-5}$ ;  $5,6\cdot 10^{-5}$ ;  $7,8\cdot 10^{-5}$ .

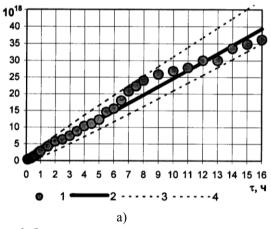
Из рис. 3,  $\delta$  видно, что активное образование молочной кислоты происходит не ранее чем  $\tau_0=8...8,8$  ч. Определим интенсивности  $\lambda_0$ ,  $\mu$  по экспериментальным данным. За 7 часов (именно за это время происходит снижение уровня активной кислотности на половину величины изменения за весь временной период) процесса значение

активной кислотности изменилось с 6,7 до 4,17, при этом количество лактозы в растворе изменилось с 49,5 до 45,73 г/л, т.е. число частиц лактозы в единице объема изменилось с  $\approx 1,656\cdot 10^{23}$  до

$$\approx 1,527 \cdot 10^{23}$$
  $1/\pi$ ,  $\lambda_0 = \frac{1,527 \cdot 10^{23}}{1,656 \cdot 10^{23}} : 7 \approx 0,132$   $1/\Psi$ 

Интенсивность  $\lambda_1 = 10^{-20}$  1/ч отражает возможность распада образованного ферментно-лактозного комплекса, поэтому эту постоянную можно считать малой, но не равной нулю. Количество молочной кислоты за это время изменилось с 0 до 0,62 г/л, т.е. достигло  $\approx 4,166\cdot 10^{21}$  частиц. Так как из одной частицы лактозы в результате ферментации получаются 2 частицы молочной кислоты, то

$$\mu = \frac{4,166 \cdot 10^{21} : 2}{1,656 \cdot 10^{23} - 1,527 \cdot 10^{23}} : 7 \approx 0,024 \ 1/\text{ч.}$$



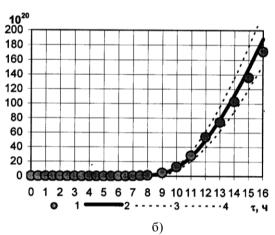
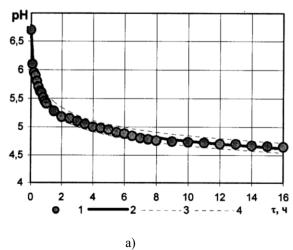


Рис. 3. Зависимость от времени  $\tau$  числа частиц, преобразованных в кислоту: а) глюконовую: 1 — экспериментальные данные;  $2-\lambda_0=5, 6\cdot 10^{-5}$   $M_1(\tau)$ ; 3,  $4-\lambda_0=4, 0\cdot 10^{-5}$ ; 7,  $8\cdot 10^{-5}$ ; б) молочную,  $\tau_0=8,5$  ч: 1 — экспериментальные данные;  $2-\lambda_0=0.132$ ; 3,  $4-\lambda_0=0.1$ ,  $\lambda_0=0.17$ 



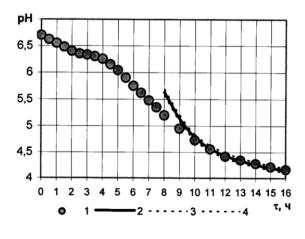


Рис. 4. Зависимость активной кислотности раствора обезжиренного молока от времени  $\tau$  при внесении а) глюконо- $\delta$ -лактона: 1 – экспериментальные данные;  $2 - \lambda_0 = 5, 6 \cdot 10^{-5}$ ;  $3 - \lambda_0 = 7, 8 \cdot 10^{-5}$ ;  $4 - \lambda_0 = 4, 0 \cdot 10^{-5}$ ;  $\delta$ ) закваски молочнокислых бактерий,  $\tau_0 = 8, 5$  ч: 1 – экспериментальные данные;  $2 - \lambda_0 = 0, 132$ ;  $3 - \lambda_0 = 0, 1; 4 - \lambda_0 = 0, 17$ 

Определяя по формулам (5), (7) среднее квадратичное отклонение значения числа частиц молочной кислоты, выяснили, что численно величины  $M_2(\tau) \pm \sqrt{D_2(\tau)}$  мало отличаются от  $M_{2}(\tau)$ . Используя интервал разброса числа частиц молочной кислоты в растворе обезжиренного молока. определили интервал значений интенсивности  $\lambda_0 = 0, 1...1, 7$ 1/4считая  $\lambda_1$ ,  $\mu$  фиксированными интенсивности (их значения будут изменяться при изменении вида закваски).

По формулам (1) и (8) вычислены рН раствора обезжиренного молока, результаты представлены на рис. 4, a,  $\delta$ .

## Результаты и их обсуждение

Для описания процесса кислотной коагуляции обезжиренного молока добавлением в него глюконо- $\delta$ -лактона или молочнокислой закваски при заданных условиях процесса достаточно определить значение интенсивности  $\lambda_0$  из предложенного диапазона, при этом ошибка расчета по предложенной модели составит для числа частиц 9–31 % и 10–22 % , для уровня активной кислотности рH — до 3,5 % и 3 % соответственно.

В случае если необходимо укрупнить частицы белков обезжиренного молока для дальнейшего ультрафильтрационного концентрирования, то

необходимый уровень рH = 4,8 достигается за время  $\tau \approx 7,9$  ч при использовании глюконо- $\delta$ -лактона и  $\tau \approx 9,6$  ч при молочнокислом брожении. По модели время наступления кислотной коагуляции обезжиренного молока в первом случае определяется интервалом 6,7...10,1 ч, во втором — 9,2...10,8 ч, при этом ошибка расчета соответствует 15-28 % и 4-13 % соответственно.

Разработанная стохастическая молель позволила не только количественно описать кислотной коагуляции белков молока, но и учесть другие химические реакции, имеющие место в растворе обезжиренного молока. В нашем исследовании кислотная коагуляция используется для подсгущения обезжиренного молока при ультрафильтрационном концентрировании белков. Анализ экспериментальных данных (см. рис. 2) показал, что достаточный для укрупнения частиц уровень активной кислотности достигается за меньшее время при использовании глюконо-блактона, который находит применение в пищевой промышленности различных зарубежных стран [11, 17-19]. Тем не менее мы отдаем предпочтение использованию молочнокислого брожения, что традиционно для молочного производства в нашей стране), так как использование микроорганизмов позволяет не только достигнуть желаемой цели, но обогатить готовый продукт полезной микрофлорой.

#### Список литературы

- 1. Храмцов, А.Г. Справочник технолога молочного производства. Технология и рецептуры. Т. 5: Продукты из обезжиренного молока, пахты и молочной сыворотки / А.Г. Храмцов, С.В. Василисин. СПб.: ГИОРД, 2004. 576 с.
- 2. Липатов, Н.Н. Мембранные методы разделения молока и молочных продуктов / Н.Н. Липатов, В.А. Марьин, Е.А. Фетисов. М.: Пищевая промышленность, 1976. 168 с.
- 3. Иванова, С.А. Исследование процесса пеногенерирования вторичного молочного сырья / С.А. Иванова, В.А. Павский // Техника и технология пищевых производств. -2010. -№ 1. С. 14–17.
- 4. Phadungath, C. The mechanism and properties of acid-coagulated milk gels # Songklanakarin J. Sci. Technol. -2005.-V.27(2).-P.433-448.
  - 5. Walstra, P. Physical Chemistry of Foods. New York: Marcel Dekker, 2003. 355 p.
- 6. Горбатова, К.К. Физико-химические и биохимические основы производства молочных продуктов. СПб.: ГИОРД, 2004. 352 с.
- 7. Гельфман, М.И. Коллоидная химия / М.И. Гельфман, О.В. Ковалевич, В.П. Юстратов. СПб.: Изд-во «Лань», 2003. 336
- 8. Варфоломеев, С.Д. Биотехнология: кинетические основы микробиологических процессов / С.Д. Варфоломеев, С.В. Калюжный. М.: Высш. шк., 1990. 296 с.
- 9. Zisu, B. Effects of pH, temperature, supplementation with whey protein concentrate and adjunct cultures on the production of exopolysaccharides by Streptococcus thermophilus 1275 / B. Zisu, N.P. Shah // Journal of dairy science. 2003. V. 86. № 11. P. 3405–3415.
- 10. Осинцев, А.М. Теоретическое и экспериментальное исследование процессов, лежащих в основе свертывания молока / А.М. Осинцев. Кемерово, 2003. С. 120.
- 11. Lucey, J.A. Acid coagulation of milk / J.A. Lucey, H. Singh // Advanced dairy chemistry: proteins,  $2^{nd}$  edn. Gaithersburg, 2003. V. 2. P. 997-1021.
- 12. ЛИТВИНОВ, М.С. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ КОНЦЕНТРИРОВАНИЯ БЕЛКОВ МОЛОКА УЛЬТРАФИЛЬТРАЦИЕЙ И РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ БЕЛКОВЫХ МОЛОЧНЫХ ПРОДУКТОВ: ДИС. ... КАНД. ТЕХН. НАУК. КЕМЕРОВО, 2007.-137 С.
- 13. Hassan, A.N. Capsule formation by Nonropy starter culture affects the viscoelastic properties of yogurt during structure formation / A.N. Hassan, M. Corredig, J.F. Frank // Journal of dairy science. 2002. V. 85. P. 716–720.
- 14. Lee, W.J. Structure and physical properties of yogurt gels: effect of inoculation rate and incubation temperature / W.J. Lee, J.A. Lucey // Journal of dairy science. -2004. -V. 87. -P. 3153-3164.
  - 15. Purwandari, U. Effects of exopolysaccharide-producing strains of Streptococcus thermophilus on technological and rheological

properties of set-type yoghurt / U. Purmandary, N.P. Shah, and T. Vasiljevic // International Dairy Journal. -2007. - V. 17 (11). -P. 1344-1352.

- 16. De Kruif, C.G. Skim milk acidification // Journal of Colloid and Interface Science. 1997. V. 185. P. 19-25.
- 17. McMahon, D.J. Microstructural changes in casein supramolecules during acidification of skim milk / D.J. McMahon, H. Du, W.R. McManus, K.M. Larsen // Journal of dairy science. 2009. V. 92. № 12. P. 5854–5867.
- 18. Martin, F. Effect of oxidoreduction potential and of gas bubbling on rheological properties and microstructure of acid skim milk gels acidified with glucono- $\delta$ -lactone / F. Martin, N. Cayot, A. Marin, L. Journaux, P. Cayot, P. Gervais, R. Cachon // Journal of dairy science. -2009.-V.92.-N 12. -P.5898-5906.
- 19. Thompson, A. Milk Proteins: From Expression to Food / A. Thompson, M. Boland, H. Singh. Oxford: Elsevier, 2009. P. 561.

ГОУ ВПО «Кемеровский технологический институт пищевой промышленности», 650056, Россия, г. Кемерово, б-р Строителей, 47. Тел./факс: (3842) 73-40-40 e-mail: office@kemtipp.ru

### **SUMMARY**

#### S.A. Ivanova

# The stochastic model of acid coagulation in disperse systems of skim milk

The acid coagulation of milk protein by introducing glucono-δ-lactone or starter cultures in skim milk has been considered. The efficiency parameters of the process functioning have been developed. The stochastic model for the calculation of these parameters has been developed. The model helps to describe the solution active acidity changes occurring in the course of time. The time sufficient for preparation of a solution for concentration has been calculated.

Skim milk, acid coagulation, stochastic model.

Kemerovo Institute of Food Science and Technology 47, Boulevard Stroiteley, Kemerovo, 650056, Russia Phone/Fax: +7(3842) 73-40-40 e-mail: office@kemtipp.ru