

А.М. Попов, М.А. Маковеев, А.В. Чупин

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ГРАНУЛЯЦИИ ПОЛИДИСПЕРСНЫХ МАТЕРИАЛОВ В ТАРЕЛЬЧАТЫХ ГРАНУЛЯТОРАХ С АКТИВАТОРОМ

Рассмотрен механизм процесса гранулирования инстантированных полидисперсных продуктов в тарельчатых грануляторах с активатором. Сформирован граф состояний полидисперсного материала, в которых он находится в процессе его гранулирования. Приведена математическая модель процесса, представляющая собой две системы линейных дифференциальных уравнений Колмогорова и совокупность уравнений, связывающих интенсивность перехода комкуемого материала из одного состояния в другое с его влагосодержанием, показателем комкуемости, конструктивно-режимными параметрами гранулятора.

Гранулирование, математическая модель, тарель, активатор, полидисперсный продукт.

Одним из основных процессов в технологической схеме получения инстантированных полидисперсных продуктов является гранулирование дисперсных материалов методом окатывания в тарельчатых грануляторах с активатором. Как показано в источнике [1], установка в тарель гранулятора многократно ускоряет процесс образования зародышей гранул, уменьшает разброс получаемого продукта по гранулометрическому составу, увеличивает производительность процесса грануляции в несколько раз по сравнению с аналогичными грануляторами без активатора. Дальнейшее исследование процесса с целью оптимизации конструктивно-режимных характеристик аппарата и совершенствования его системы управления требует разработки математической модели процесса.

Анализ литературных данных и результатов экспериментального исследования процесса гранулирования инстантированных полидисперсных продуктов в тарельчатых грануляторах показывает, что данный процесс включает в себя три стадии образования гранул: зародышеобразование, рост гранул, уплотнение гранул. При этом скорость гранулирования полидисперсных материалов существенно сдерживается явлениями зародышеобразования. Образование зародышей зависит от следующих факторов: влажности дисперсной смеси, физико-химических свойств жидкой и твердой фаз, режимно-конструкционных параметров гранулятора, наличия гарнисажа. Эксперименты по исследованию явлений коалесценции и влагопереноса поровой жидкости из более плотной сердцевины в менее плотные периферийные участки гранулы, проведенные для различных смесей, показали, что повышение давления деформирования массы до 5 МПа приводит к тому, что практически все составляющие гранулируемого материала, независимо от исходного состояния (разрушенные или агломерированные), легко подвергаются пластической деформации и хорошо агломерируются. Исходя из этого, для увеличения скорости образования зародышей в тарели гранулятора используется активатор.

Смесь, поступающая в гранулятор, имеет вид сыпучей микроагрегированной дисперсной системы с

влажностью 8-9%. На первом этапе, до момента появления гарнисажа, образование зародышей гранул во многом определяется режимом работы активатора, так как в этот период он является самым активным элементом их формирования. Активатор придает частицам мелкодисперсного материала необходимую скорость и встречно-боковое направление их перемещения относительно основного потока материала. При этом часть частиц, у которых в точке их столкновения (касания) возникает давление, превышающее 5 МПа, агломерируются (деформируются и слипаются), образуя зародыши окатыша. Количество образовавшихся зародышей в этот период зависит от скорости вращения рабочего органа активатора и площади поверхности его активной части, создающей высокоскоростной поток мелкодисперсного материала. Анализ процесса показывает, что скорость вращения рабочего органа активатора должна быть не меньше определенного «критического» значения, которое определяется кинетической энергией частицы, сошедшей с лопасти активатора, и, в меньшей степени, энергией частицы основного потока материала, с которой произошло столкновение. Кинетическая энергия данных частиц при их столкновении в значительной мере переходит в потенциальную энергию, пропорциональную давлению, возникающему в месте столкновения частиц. При этом потенциальная энергия частиц расходуется на работу, совершаемую при пластической деформации (слипанию) этих частиц. Так как кинетическая энергия частицы зависит не только от квадрата скорости ее движения, но и от ее массы, то вероятность образования зародыша при столкновении частиц большей массы существенно выше. Это говорит о том, что на интенсивность перехода исходного материала в зародыши будет оказывать влияние и гранулометрический состав комкуемой смеси. Так как нижняя часть лопастей активатора расположена в достаточно плотном слое исходного мелкодисперсного материала, предполагается, что линейная скорость всех частиц, сходящих с лопасти активатора, одинакова. Активная площадь лопастей активатора, создающая высокоскоростной поток мелкодисперсного материала, при повышении скорости

их вращения и увеличении количества гранул в комкуемом материале уменьшается, тем самым снижается мощность данного потока и, как следствие, число образовавшихся таким образом зародышей. Это связано с тем, что при повышении скорости вращения активатора в сыпучем материале появляется воронка, в которую попадают и разрушаются образовавшиеся гранулы. Рост количества зародышей при этом наблюдается за счет разрушающего действия активатора, который разбивает верхнюю часть лопастей наиболее крупные гранулы на зародыши и мелкие гранулы. Одновременно с рассмотренным механизмом образования зародышей, их возникновение также происходит за счет попадания капель жидкости на сыпучую смесь, где в локальном объеме смеси возникает влажность, обеспечивающая формирование зародыша, но эти зародыши обладают малой механической прочностью и либо уплотняются, либо разрушаются активатором. При увеличении влажности материала до 11-12% начинается активное формирование донного и бортового гарнисажа, срезание которого соответствующими ножами приводит к увеличению числа зародышей гранул, увеличению скорости процесса грануляции инстантированных полидисперсных продуктов.

Существуют несколько механизмов роста гранул при грануляции инстантированных полидисперсных продуктов [2]. При избытке влаги и наличии большого количества тонкодисперсного материала в процессе роста гранул преобладает коалесценция. На завершающей стадии окатывания происходит в основном наложение мелких частиц на крупные комки. Механизм роста гранул на основе коалесценции продолжается только до определенного размера гранул. Верхний предел размера гранул при росте посредством слипания зависит от содержания влаги и пластичности гранул. Гранулы с высоким содержанием влаги более пластичны, лучше слипаются и могут расти до более крупных размеров, чем гранулы с низким содержанием влаги. При использовании тарельчатого гранулятора с активатором рост зародышей и гранул будет также наблюдаться при их столкновении с частицами высокоскоростного потока, если они окажутся в зоне действия активатора.

В результате экспериментального исследования процесса грануляции полидисперсных продуктов установлено, что скорость роста гранул зависит:

- от объемного влагосодержания;
- гранулометрического состава материала;
- конструктивно-режимных параметров гранулятора.

При оценке влияния влажности на скорость процесса грануляции установлено, что для каждого вида комкуемого дисперсного материала имеется критическое влагосодержание, ниже которого скорость роста гранул пренебрежимо мала, а при чрезмерно высоком влагосодержании образуются крупные комья, разрушающиеся под действием собственного веса, и скорость процесса по выходу кондиционных гранул оказывается очень низкой.

В общем виде текущее влагосодержание комкуемого материала (W_T) может быть определено по следующему выражению (1).

$$W_T = W_{min} + DW, \quad (1)$$

где W_{min} – влажность исходного дисперсного материала;

DW – приращение влагосодержания материала.

Приращение влагосодержания определяется количеством влаги, поступившей в гранулятор через форсунки к рассматриваемому моменту времени (DG_W), и весом дисперсного материала, находящегося на тарели гранулятора (G), выражение (2).

$$DW = (DG_W / G) 100\% \quad (2)$$

Количество влаги, распыляемой форсунками, должно выбираться в соответствии с составом и свойствами комкуемого дисперсного материала. Оптимальное значение рабочей влажности должно быть строго постоянным для каждой конкретной смеси и при изменении состава смеси ее нужно обязательно корректировать.

Кинетика и механизм гранулирования инстантированных полидисперсных продуктов в существенной мере определяются способностью дисперсионного материала к окомкованию, которая характеризуется показателем комкуемости (K). Данный показатель зависит от гидрофильности, гранулометрического состава комкуемого материала, наличия в нем коллоидных фракций и влажности. Практика окомкования показывает, что тарельчатые грануляторы стабильно работают в интервале изменения данного показателя от 0,6 до 0,8.

Режимно-конструкционные параметры тарельчатых грануляторов обуславливают характер режима движения комкуемого материала на тарели и определяют коэффициент заполнения тарели комкуемым материалом. Для обеспечения эффективного процесса грануляции в тарели необходимо обеспечить режим переката. Коэффициент заполнения рабочего объема тарели, тесно связанный с режимом движения комкуемого материала, является определяющим фактором, который обеспечивает стабильный и эффективный процесс окатывания. Исследования влияния коэффициента заполнения тарели на производительность тарельчатого гранулятора показали, что она увеличивается с повышением удельной нагрузки до $0,2 \text{ т/м}^2$. При дальнейшем повышении коэффициента заполнения производительность падает вследствие ухудшения разделения гранул по крупности и уменьшения подвижности комкуемого материала на тарели. Наблюдения за работой гранулятора показали, что каждой стадии процесса на тарели отведено вполне определенное место (зона). Каждой зоне отвечает не только своя геометрическая траектория движения, но и определенные изменения состояния комкуемой системы. Режим переката и свободное расположение зон гранулообразования обеспечиваются углом наклона тарели и скоростью ее вращения.

Анализ механизма процесса гранулирования показывает, что исключительно важную роль в процессе окатывания инстантированных полидисперсных продуктов играет гарнисаж. Донный и бортовой гарнисаж появляется в тарели гранулятора при влажности материала не ниже 11-12%. При этом в его фор-

мировании участвует исходный мелкодисперсный материал и частично мелкие зародыши гранул, которые впрессовываются в гарнисаж перекачивающимися гранулами. В зоне формирования гарнисажа исходный материал не движется относительно тарели и лишь частично накатывается на гранулы, находящиеся над ним. Установленные в тарели два ножа (бортовой и донный) подрезают избыточный слой гарнисажа, из которого образуются зародыши гранул.

Стадия уплотнения гранул налагается как на стадию образования устойчивого зародыша, так и на стадию его роста, и самостоятельно проявляется лишь на заключительном этапе гранулирования. Более плотные и более прочные агрегаты способствуют ускорению и стабилизации процессов образования зародышей и росту гранул. Исследования по кинетике упрочнения гранул в процессе окатывания показывают, что при неизменной влажности максимальная прочность получаемых гранул зависит только от свойств комкуемого материала и размера гранул и не зависит от режимно-конструкционных параметров гранулятора, если в нем обеспечивается режим переката.

Учитывая, что прочность структуры гранулы не однородна и к периферии уменьшается, изменяя угловую скорость вращения активатора (изменяя силу удара лопасти по грануле), можно регулировать ее геометрические размеры и плотность, стабилизируя весь процесс структурообразования. При этом отколовшиеся мелкие частицы – осколки – смещаются к центру тарели и снова вовлекаются в движение, что способствует возрастанию количества агрегированных зародышей и увеличивает производительность гранулятора.

Расширенному механизму грануляции инстантированных полидисперсных продуктов в тарельчатых грануляторах с активатором можно поставить в соответствие марковский процесс рождения и гибели частиц, который описывается системой дифференциальных уравнений Колмогорова. Для использования данного подхода в математическом описании процесса грануляции были выделены следующие состояния материала, находящегося в тарели гранулятора: 1 – исходный мелкодисперсный порошок с влажностью около 8%; 2 – зародыши гранул; 3 – гранулы с размерами, лежащими в диапазоне, ограниченном верхним предельным размером зародыша и нижним предельным размером гранул готового продукта; 4 – гранулы с размерами, находящимися в пределах требований к размерам гранул готового продукта, но с недостаточной плотностью и влажностью; 5 – уплотненное состояние порошка в виде устойчивого донного и бортового гарнисажа; 6 – гранулы с размерами, превышающими требуемые (заданные) значения; 7 – гранулы необходимого размера, необходимой плотности и влажности. Концентрация перечисленных выше состояний в общей массе материала, находящегося в тарели, меняется по мере протекания процесса. Вероятность нахождения материала в указанных состояниях $\{P_1(t) - P_7(t)\}$, интенсивность его перехода из одного состояния в другое $\{I_{ij}\}$ зависят от конструктивно-режимных параметров гранулятора, состава и влажности исходного мелкодисперсного продукта. В

соответствии с описанным механизмом процесса построен граф состояний инстантированного полидисперсного продукта при его грануляции, показанный на рис. 1, составлена система линейных дифференциальных уравнений.

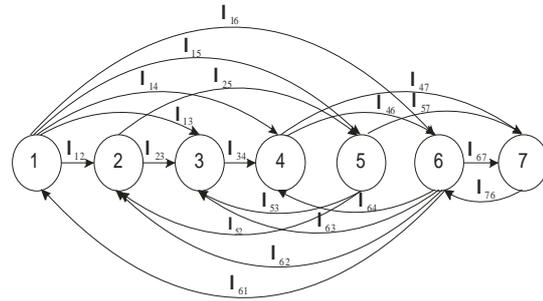


Рис. 1. Граф состояний инстантированного полидисперсного продукта при его грануляции в тарельчатом грануляторе с активатором

На начальной стадии процесса грануляции, при влажности материала меньше значения, при котором начинается формирование гарнисажа, процесс может быть описан системой дифференциальных уравнений (3), при влажности больше 11-12% – системой (4).

$$\begin{aligned} \frac{dP_1}{dt} &= -I_{12}P_1(t) - I_{13}P_1(t) - I_{14}P_1(t); \\ \frac{dP_2}{dt} &= -I_{23}P_2(t) + I_{12}P_1(t); \\ \frac{dP_3}{dt} &= -I_{34}P_3(t) + I_{23}P_2(t) + I_{13}P_1(t); \\ \frac{dP_4}{dt} &= +I_{34}P_3(t) + I_{14}P_1(t); \\ P_1 + P_2 + P_3 + P_4 &= 1 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_1}{dt} &= -I_{12}P_1(t) - I_{13}P_1(t) - I_{14}P_1(t) - I_{15}P_1(t) - I_{16}P_1(t) + I_{61}P_6(t); \\ \frac{dP_2}{dt} &= -I_{23}P_2(t) - I_{25}P_2(t) + I_{52}P_5(t) + I_{62}P_6(t) + I_{12}P_1(t); \\ \frac{dP_3}{dt} &= -I_{34}P_3(t) + I_{53}P_5(t) + I_{63}P_6(t) + I_{23}P_2(t) + I_{13}P_1(t); \\ \frac{dP_4}{dt} &= -I_{46}P_4(t) - I_{47}P_4(t) + I_{64}P_6(t) + I_{34}P_3(t) + I_{14}P_1(t); \\ \frac{dP_5}{dt} &= -I_{53}P_5(t) - I_{52}P_5(t) + I_{25}P_2(t) + I_{15}P_1(t); \\ \frac{dP_6}{dt} &= -I_{61}P_6(t) - I_{62}P_6(t) - I_{63}P_6(t) - I_{64}P_6(t) - I_{67}P_6(t) + \\ &\quad + I_{76}P_7(t) + I_{46}P_4(t); \\ \frac{dP_7}{dt} &= -I_{76}P_7(t) + I_{67}P_6(t) + I_{47}P_4(t); \\ P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 &= 1 \end{aligned} \quad (4)$$

Вероятность указанных выше состояний продукта в определенные моменты времени находится как отношение веса материала в каждом состоянии в эти моменты к исходному весу продукта и количеству жидкости, поступившей в гранулятор для увлажнения материала. Интенсивность перехода материала из одного состояния в другое можно рассматривать как отношение приращения его веса (положительного или отрицательного) в каждом состоянии – к промежутку времени, в течение которого это приращение произошло, а также к текущему весу материала в грануляторе. Интенсивность перехода в каждой дуге графа (рис. 1) зависит от определенных конструктивных параметров гранулятора, от режима его работы, от состава и влажности комкуемого материала. Поэтому перед проведением процедуры идентификации модели необходимо найти зависимости интенсивно-

сти переходов от конструктивных, режимных параметров грануляции, при определенном составе и влажности продукта, а также выделить те константы, которые будут находиться при ее параметрической идентификации.

Зависимость интенсивности перехода исходной смеси в зародыши находилась исходя из следующих условий:

– рабочий орган активатора имеет четыре прямоугольные лопасти, расположенные на одинаковом расстоянии от оси вращения;

– скорость вращения рабочего органа активатора лежит в диапазоне, влияющим на интенсивность образования зародышей;

– активная площадь лопастей активатора, формирующая высокоскоростной поток частиц исходной смеси, уменьшается пропорционально снижению концентрации этой смеси в тарели гранулятора и увеличению скорости их вращения;

– формирование зародышей из исходной смеси происходит путем слипания частиц при столкновении и соединения частиц, на которые попала капля жидкости.

В соответствии с указанными условиями интенсивность формирования зародышей из частиц исходной смеси будет определяться по выражению (5).

$$I_{12} = K_{12} \left(1 - \frac{7}{i=2} \frac{P_i}{\alpha} \right) \frac{D}{n_{min}} + K_p \left(1 - \frac{7}{i=2} \frac{P_i}{\alpha} \right) / n + K_w \frac{DW}{W_{min}} \zeta; \quad (5)$$

где n_{min} – минимальная скорость вращения лопастей активатора, при которой будет наблюдаться эффект слипания гранул;

K_n, K_w, K_p – весовые коэффициенты, определяющие вклад каждого слагаемого в интенсивность перехода исходной смеси в зародыши (определяются экспериментально);

K_{12} – коэффициент, определяемый по результатам идентификационного экспериментального исследования процесса грануляции инстантированных полидисперсных продуктов в тарельчатых грануляторах с активатором.

$$Dn = n - n_{min}; \quad (6)$$

где n – текущая скорость вращения лопастей активатора.

Интенсивность перехода исходной полидисперсной смеси на поверхность зародышей и гранул будет определяться по выражениям (8), (12), (13).

$$I_{13} = K_{13} \left(1 - \frac{7}{i=2} \frac{P_i}{\alpha} \right) P_3 \left[K_n \frac{D}{n_{min}} + K_p \frac{7}{i=2} \frac{P_i}{\alpha} / n + K_w \frac{DW}{W_{min}} + K_k \frac{DK}{K_{min}} + K_T \left(\frac{DD}{D_{min}} \right) \left(\frac{DN}{N_{min}} \right) \right]; \quad (8)$$

где K_{min} – минимальный коэффициент комкуемости исходной дисперсной смеси, при котором возможно гранулирование полидисперсного материала;

D_{min} – минимальный диаметр тарели гранулятора, в котором проводились экспериментальные исследования по грануляции исходного материала;

N_{min} – минимальная скорость вращения тарели, при которой обеспечивается режим переката и наличие зон гранулирования;

K_T, K_k – весовые коэффициенты, определяющие вклад соответствующих слагаемых в интенсивность перехода исходной смеси на гранулы.

$$DK = K - K_{min}; \quad (9)$$

где k – текущее значение показателя комкуемости.

$$DD = D - D_{min}; \quad (10)$$

где D – диаметр тарели гранулятора, в котором планируется проводить грануляцию исходной смеси.

$$DN = N - N_{min}; \quad (11)$$

где N – текущая скорость вращения тарели, при которой обеспечивается режим переката и наличие зон гранулирования.

В последнем слагаемом выражения (8) отсутствуют высота борта тарели и угол наклона тарели. Данные показатели однозначно связаны соответственно с диаметром тарели и скоростью ее вращения. По результатам экспериментального исследования процесса грануляции инстантированных полидисперсных продуктов можно количественно определить уравнение связи с определенным диапазоном варьирования коэффициентов пропорциональности.

$$I_{14} = K_{14} \left(1 - \frac{7}{i=2} \frac{P_i}{\alpha} \right) \frac{P_4}{\alpha} \left[K_w \frac{DW}{W_{min}} + K_k \frac{DK}{K_{min}} + K_T \left(\frac{DD}{D_{min}} \right) \left(\frac{DN}{N_{min}} \right) \right]; \quad (12)$$

$$I_{16} = K_{16} \left(1 - \frac{7}{i=2} \frac{P_i}{\alpha} \right) P_6 \left[K_n \frac{D}{n_{min}} + K_p \frac{7}{i=2} \frac{P_i}{\alpha} / n + K_w \frac{DW}{W_{min}} + K_k \frac{DK}{K_{min}} + K_T \left(\frac{DD}{D_{min}} \right) \left(\frac{DN}{N_{min}} \right) \right]; \quad (13)$$

Интенсивность перехода зародышей в мелкие гранулы также зависит от режима работы активатора, влагосодержания, комкуемости смеси, конструктивно-режимных параметров тарели и будет определяться по выражению (14).

$$I_{23} = K_{23} \left(1 - \frac{7}{i=2} \frac{P_i}{\alpha} \right) P_2 \left[K_n \frac{D}{n_{min}} + K_p \left(1 - \frac{7}{i=2} \frac{P_i}{\alpha} \right) / n + K_w \frac{DW}{W_{min}} + K_k \frac{DK}{K_{min}} + K_T \left(\frac{DD}{D_{min}} \right) \left(\frac{DN}{N_{min}} \right) \right]; \quad (14)$$

Интенсивность перехода мелких гранул (состояние 3) в гранулы среднего размера (состояние 4) зависит от влагосодержания, комкуемости смеси и конструктивно-режимных параметров тарели и будет определяться по выражению (15).

$$I_{34} = K_{34} \left(1 - \frac{7}{i=2} \frac{P_i}{\alpha} \right) P_3 \left[K_w \frac{DW}{W_{min}} + K_k \frac{DK}{K_{min}} + K_T \left(\frac{DD}{D_{min}} \right) \left(\frac{DN}{N_{min}} \right) \right]; \quad (15)$$

Интенсивность перехода комкуемой смеси из состояния 6 (крупные гранулы) в состояния 1, 2, 3, 4, 7 зависит от количества крупных гранул и режима работы активатора и будет определяться по выражению (16).

$$I_{ij} = K_{ij} P_6 \frac{D}{n_{min}}, \quad (16)$$

где $ij=61, 62, 63, 64, 67$.

Интенсивность перехода исходной смеси и зародышей в гарнисаж зависит от влагосодержания и комкуемости смеси, а также от конструктивно-режимных параметров гранулятора и будет определяться по выражениям (17), (18) при $W_T \approx 11\%$.

$$I_{15} = K_{15} \left(1 - \frac{7}{i=2} \frac{P_i}{\alpha} \right) \left[K_w \frac{DW}{W_{min}} + K_k \frac{DK}{K_{min}} + K_T \left(\frac{DD}{D_{min}} \right) \left(\frac{DN}{N_{min}} \right) \right]; \quad (17)$$

$$I_{25} = K_{25} P_2 \left[K_w \frac{DW}{W_{min}} + K_k \frac{DK}{K_{min}} + K_T \left(\frac{DD}{D_{min}} \right) \left(\frac{DN}{N_{min}} \right) \right]; \quad (18)$$

Интенсивность перехода гарнисажа в зародыши и мелкие гранулы зависит от конструктивно-режимных параметров гранулятора и будет определяться по выражению (19).

$$I_{ij} = K_{ij} P_5 (DD / D_{min}) (DN / N_{min}), \quad (19)$$

где $ij=52, 53$.

Интенсивность уплотнения гранул (переход из состояний 4, 6 в состояние 7) зависит от режима работы активатора, от влажности и комкуемости материала, конструктивно-режимных параметров гранулятора и будет определяться по выражениям (20), (21).

$$I_{47} = K_{47} P_4 [K_w DW / W_{min} + K_k DK / K_{min} + K_T (DD / D_{min}) (DN / N_{min})] \quad (20)$$

$$I_{67} = K_{67} P_6 D / n_{min}. \quad (21)$$

Список литературы

1. Попов А.М., Попов А.А., Тихонов В.В., Гурин В.В. Тарельчатый гранулятор с активатором. Патент на изобретение № 2209662 от 10.09.2003 г., по заявке № 2001123756/12(025316) от 27.08.2001.

2. Попов А.М. Показатель формуемости пищевых дисперсных масс / А.М. Попов // Журнал «Хранение и переработка сельскохозяйственного сырья». – 2003. – № 4. – С. 48-50.

ГОУ ВПО «Кемеровский технологический институт
пищевой промышленности»,
650056, Россия, г. Кемерово, бульвар Строителей, 47.
Тел./факс: (3842) 73-41-20

SUMMARY

Popov A.M., Makkoveev M.A., Chupin A.V.

The mathematical description of the process of granulation of polydisperse material in the plate granulator with activator

**GOU VPO Kemerovo Technological Institute of the Food Industry,
650056, Russia, Kemerovo, Boulevard Builders, 47**

E-mail: ChupiinAV@yandex.ru, Fax: (3842)73-41-20

asu@kemtipp.ru (3842)73-41-20

popov@kemtipp.ru (3842)73-23-44

The mechanism of granulation instantirovannyh polydisperse products in plate granulator with the activator. Formed graph states polydisperse material in which it is in the process of granulation. A mathematical model of the process, representing the two systems of linear differential equations of Kolmogorov and a set of equations linking the intensity of the transition komkuemogo material from one state to another with its moisture content, rate komkuemosti, design and operational parameters granulator.

Granulation, mathematical model, plate, the activator, polydisperse material.



