

УДК 664:539.215.4

В.В. Киреев, Д.М. Попов, С.А. Ратников, А.В. Грачев

РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ОЦЕНКИ ДИСПЕРСНОЙ СРЕДЫ СЛОЖНОГО СОСТАВА

Исследования направлены на создание методики оценки качества дисперсной среды сложного состава с использованием дисперсионного анализа и различных функций распределения. Предложены дифференциальный и интегральный критерии соответствия, а также критерий селективности дезинтеграции. Предлагаемые критерии помогут не только оценить качество, но и при известной кинетике их изменения прогнозировать возможное качество при определенных управляемых параметрах того или иного технологического процесса получения дисперсной среды с заданными свойствами

Дисперсная среда, дисперсионный анализ, законы распределения случайной величины, качество, критерии соответствия.

Введение

Основным критерием качества дисперсной среды принято считать средний размер ее частиц, который определяется формулой

$$\bar{d} = \sum_{i=1}^k d_i \frac{M_i}{M} = \sum_{i=1}^k d_i \frac{C_i}{100}, \quad (1)$$

где \bar{d} – средний размер пробы дисперсной среды; d_i – средний размер i -й фракции дисперсной среды; M_i – масса фракции; M – масса пробы; C_i – процентное содержание i -й фракции; k – количество фракций.

Но средний размер нельзя считать исчерпывающим критерием, так как этот критерий может быть одинаков у проб, содержащих различное количество стандартных фракций, и размеры минимальных и максимальных частиц в пробах будут значительно отличаться. В связи с этим не менее важным является гранулометрический состав и распределительная функция [1–3], его описывающая. Целью дисперсионного анализа является проверка значимости различия между средними с помощью сравнения дисперсий. Дисперсию измеряемого признака разлагают на независимые слагаемые, каждое из которых характеризует влияние того или иного фактора или их взаимодействия. Последующее сравнение таких слагаемых позволяет оценить значимость каждого изучаемого фактора, а также их комбинации [4]. При истинности нулевой гипотезы (о равенстве средних в нескольких группах наблюдений, выбранных из генеральной совокупности) оценка дисперсии, связанной с внутригрупповой изменчивостью, должна быть близкой к оценке межгрупповой дисперсии. При проведении исследований часто встает вопрос о сопоставимости результатов. Сопоставлять отдельные показатели не имеет смысла, поэтому процедура сравнения и последующей оценки производится по некоторым усредненным значениям и отклонениям от этой усредненной оценки. Изучается вариация признака. За меру вариации может быть принята дисперсия. Дисперсионный анализ применяется, чтобы установить однородность нескольких совокупностей (дисперсии этих совокупностей одинаковы по предположению; если дисперсионный анализ покажет, что и математические ожидания одинаковы,

то в этом смысле совокупности однородны). Однородные же совокупности можно объединить в одну и тем самым получить о ней более полную информацию, следовательно, и более надежные выводы [5]. В практике исследований часто встречаются дисперсные системы сложного гранулометрического состава, например, при анализе результатов селективной дезинтеграции растительного сырья.

Цель исследований – сформировать методику оценки дисперсной среды, когда измеряемый признак (в нашем случае – размер частиц) имеет более одной моды функции распределения и большую дисперсию.

Объекты и методы исследований: сыпучие материалы сложного состава; диспергированные неоднородные среды; статистический метод исследований.

Результаты и их обсуждение

А.Н. Колмогоровым показано [6], что всякий продукт дробления может быть описан логарифмически нормальным законом распределения. Более поздние исследования утверждают [1, 7], что если достаточно долго измельчать порцию сыпучего материала, то функция распределения его частиц по размерам максимально приближается к нормальному закону распределения (Гаусса), дифференциальная форма которого представляется выражением

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}, \quad (2)$$

где σ и a – некоторые параметры (в случае дисперсного анализа сыпучей среды – линейные размеры).

Зависимость графика $f(x)$ от параметров a и σ такова: a является абсциссой максимума функции; малым σ соответствует крутой горб кривой, большим σ – пологий горб. Точки с абсциссами $a - \sigma$ и $a + \sigma$ являются точками перегиба. Исходя из определений нетрудно сделать вывод, что параметр a для пробы дисперсной среды является средним размером «пиковой» фракции, т.е. фракции, содержание которой максимально. Размер этой фракции может быть заданным, номинальным размером сыпучей среды или же целевой фракцией при диспергировании материала.

ла. В случае дисперсионного анализа сыпучей среды параметр a – это номинальный (заданный технологическими требованиями) среднемассовый размер частиц \bar{d} . Величина σ пределяется как среднеквадратическое отклонение размера частиц от номинального. Вероятность попадания случайной величины в диапазон $[a \pm 3\sigma]$ составляет примерно 0,997. Если принять $3\sigma = \Delta$, где $\pm\Delta$ – диапазон заданного отклонения от номинала, то, описывая распределение частиц сыпучей массы по размерам нормальным законом, можно считать, что практически все частицы (99,7 %) имеют размеры в диапазоне $\bar{d} \pm 3\sigma$. Важны ли непопавшие в диапазон 0,3 % частиц? Чаше всего – неважны, пищевая технология допускает подобные отклонения, которые могут быть списаны на вполне допустимые погрешности измерений. Если же нужна высокая точность определения дисперсного состава, то рекомендуется проводить его в диапазоне $\pm 12\sigma$.

Проанализируем формы распределительных функций различных дисперсных сред с одинаковым средним размером их частиц, но различными диапазонами размеров частиц в пробах (рис. 1). Специалисты по измельчению гранулометрический состав, описываемый функцией $f_1(x)$, называют «узким», а с функцией $f_2(x)$ – «широким».

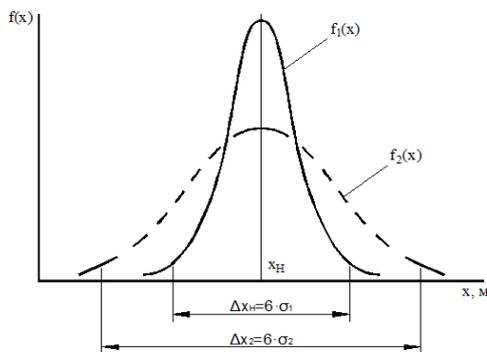


Рис. 1. Кривые плотности нормального распределения дисперсной среды

Представим, что в результате работы двух измельчителей один и тот же исходный сыпучий материал разрушается по-разному, т.е. характеристики распределения продуктов измельчения различны и соответствуют $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на рис. 1. Технологическими требованиями задан средний размер сыпучей среды после измельчения – \bar{d} с регламентированными отклонениями $\pm 3\sigma$, т.е. $\bar{d} \pm 3\sigma$. Допустим, что в указанный диапазон попадет 99,7 % частиц. Следовательно, измельчитель I производит сыпучий материал, полностью соответствующий технологии. Сыпучий продукт, полученный измельчителем II, не соответствует регламентированному отклонению. Частицы сыпучей смеси, размеры которых превышают $\bar{d} + 3\sigma$, должны быть удалены каким-либо способом

разделения и подвергнуты повторному разрушению, что влечет за собой дополнительные производственные затраты. Частицы, размеры которых меньше $\bar{d} - 3\sigma$, являются переизмельченными, не соответствующими технологическим требованиям, их необходимо удалить. Таким образом, эта часть продукта измельчения является браком, необратимыми потерями.

На практике крайне редко измельченная дисперсная среда соответствует нормальному, симметричному относительно целевой фракции закону распределения. На рис. 2 представлены графики, соответствующие реальным характеристикам распределения частиц дисперсной среды после измельчения. Дифференциальная характеристика $f_0(x)$ соответствует требуемому качеству сыпучего материала, установленного технологическими регламентами. Задан номинальный размер частиц $x_H = t$ в интервале Δx_H . Функция $f_1(x)$ описывает распределение недоизмельченного материала, функция $f_2(x)$ – переизмельченного материала, причем в каждом из распределений модой пиковой фракции является x_H .

Проведем оценку полученного сыпучего материала установленному качеству. Доля материала, не соответствующая качеству, определится соотношением

$$B_1 = \frac{DS_1}{S_0}; \quad B_2 = \frac{DS_2}{S_0}, \quad (3)$$

где S_0 – площадь, ограниченная кривой $f_0(x)$ в диапазоне $\Delta x_H = (6\sigma)$; $\Delta S_1, \Delta S_2$ – площади, ограниченные соответствующими кривыми, а также ординатами $\Delta x_H \pm 3\sigma$ и осью абсцисс.

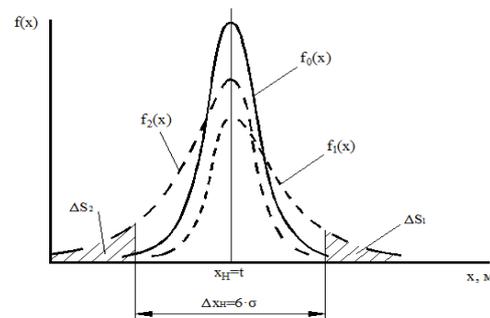


Рис. 2. Приближенные к реальным дифференциальные характеристики распределения сыпучих материалов после диспергирования

Нетрудно сделать вывод, что если $B \rightarrow 0$, то и качество измельчения повышается, а измельченный материал все более соответствует требуемому качеству продукта.

Исходя из вышесказанного предлагается ввести критерий оценки качества дисперсной среды, полученной рассеянием или разрушением в каком-либо устройстве:

$$C = \frac{\int_{X_{\min}}^{X_{\max}} f(x) dx - B}{\int_{X_{\min}}^{X_{\max}} f(x) dx}, \quad (4)$$

где определенный интеграл соответствует площади, ограниченной графиком дифференциальной характеристики номинального продукта; X_{\max} , X_{\min} – предельные максимальный и минимальный размеры частиц, заданные номинальным отклонением $\pm 3s$.

Или исходя из свойств дифференциальной характеристики распределения $\left(\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \right)$ будем считать, что значение интеграла в (4) близко к единице и выражение упрощается:

$$C = 1 - B, \quad (5)$$

где B – определена из (3) и является долей сыпучего материала, частицы которой не соответствуют регламентированному размеру $x_{\pm} \neq 3s$.

Предлагается следующая методика оценки качества сыпучей среды.

1. Проводится разделение пробы дисперсной среды на фракции, определяется дисперсный (гранулометрический) состав.

2. Находятся плотности распределения вероятности для каждой фракции отношением ее доли в пробе к диапазону фракции (разности между верх-

ней и нижней границами), строится кривая распределения – дифференциальная характеристика функции распределения.

3. По заданному среднему размеру $\bar{d} = a$ и допускаемому отклонению от номинала $a \pm 3\sigma$ в тех же осях строится график плотности вероятности нормального закона распределения.

4. Определяется интегральный критерий соответствия сыпучего материала требуемому качеству выражением $C = 1 - B$, где B – площади условных прямоугольных треугольников, вершины прямых углов которых являются абсциссами верхнего и нижнего предельного отклонения размеров от номинала, а гипотенузы – спрямленные линии кривой распределения, не попавшие в заданный диапазон. При полном соответствии качеству $C = 1$.

5. Вычисляется критерий Пирсона χ^2 , который позволяет определить соответствие распределительной функции пробы сыпучей среды нормальному закону распределения:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(m_i - m'_i)^2}{m'_i}, \quad (6)$$

где n – число фракций; m_i и m'_i – соответственно эмпирические и теоретические частоты рассматриваемого распределения; i – номер фракции.

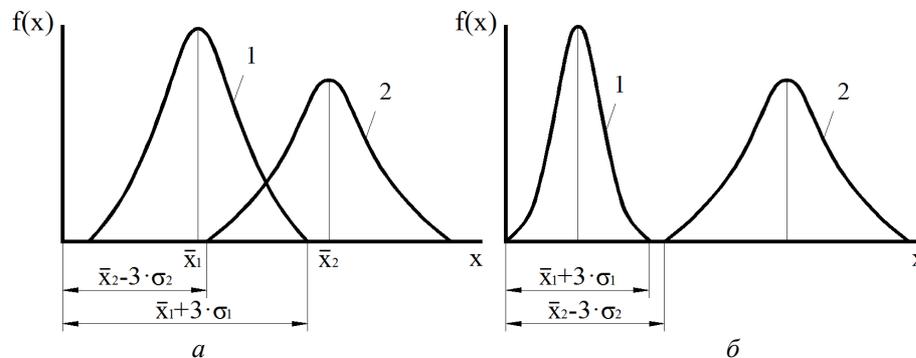


Рис. 3. Определение делимости компонентов смеси по кривым плотности распределения: а – не полностью делимая смесь; б – полностью делимая смесь; 1, 2 – компоненты смеси

Если проводится селективная дезинтеграция [8, 9], то в результате получают дисперсную среду, имеющую бимодальную (как минимум) характеристику функции распределения частиц по размерам. Оценка качества дезинтеграции, кроме предложенных выше критериев, следует проводить и по делимости компонентов смеси по фракционному составу (рис. 3). При условии, что вариация любого признака, в нашем случае – распределение размеров частиц, подчиняется нормальному закону, получим, что весь диапазон изменения признака лежит в пределах от $d+3\sigma$ до $d-3\sigma$, где d – среднее арифметическое значение изучаемого признака; S – его эмпирическое среднеквадратичное отклонение. Рассчитав зна-

чения этих параметров вариационных рядов для каждого из компонентов смеси, определим величину Δ , характеризующую расстояние между ними. Параметр Δ можно назвать критерием селективности дезинтеграции. При $\Delta > 1$ имеем полностью делимую смесь, при $\Delta < 1$ смесь не может быть полностью разделена по данному признаку, то есть положительный критерий характеризует высокое качество процесса. Величина Δ определяется выражением (см. рис. 3):

$$D = \frac{(d_2 - d_1)}{3(s_1 + s_2)}, \quad (7)$$

где индекс – это номер компонента ($d_2 > d_1$).

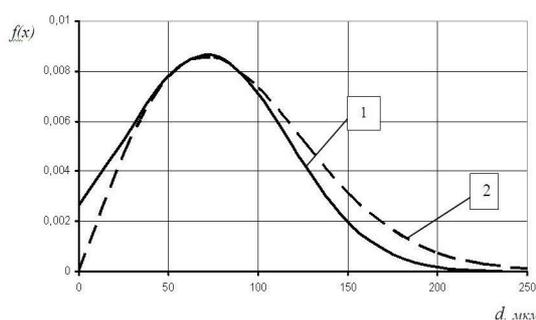


Рис. 4. Сравнение функций распределения в диапазоне малых размеров (до 250 мкм): 1 – нормальное распределение с параметрами $d = 71$; $\sigma = 46$; 2 – распределение Вейбулла ($\alpha = 2$, $\beta = 100$, $d_{\min} = 0$)

Предлагаемые критерии позволят не только оценивать качество сыпучих сред, но и работу оборудования для дезинтеграции и диспергирования. Так, например, если график распределительной функции сдвинут вправо от моды нормального закона (правоасимметричен), то необходимо повысить количество энергии, подводимой к материалу; если график левоасимметричен, то наоборот – понизить. Пофракционное отклонение распределительной функции (формула 6) от нормального закона распределения дает возможность детально проанализировать особенности разрушения материала, связать фракционный состав с морфологическими, прочностными особенностями перерабатываемого материала и произвести точную настройку оборудования с целью получения максимально высокого качества процесса.

В то же время использование нормального распределения в диапазонах малых значений размеров нежелательно вследствие того, что оно допускает отрицательное значение распределенной величины, что является недопустимым при расчетах. Например, возможна ситуация, когда при относительно небольшом среднем размере измельченного материала d_{cp} часть распределения $d_{cp} - 3\sigma$ будет расположена в отрицательной области (рис. 4). Поэтому, на наш взгляд, необходимо использовать другие функции распределения, ограниченные снизу, например, распределение Вейбулла:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \left(\frac{x - x_{\min}}{\beta} \right)^{\alpha-1} \exp \left(- \left(\frac{x - x_{\min}}{\beta} \right)^{\alpha} \right)$$

где α – масштабный параметр; β – параметр формы; x_{\min} – минимальное значение x .

Распределение Вейбулла довольно популярно. В частности, его используют при оценке прочности материалов, применяют для описания различных времен жизни, при оценке надежности, для описания силы ветра, интенсивности дождя, различных аспектов здравоохранения, прорастания семян, продолжительности простоев в промышленности, мигрирующих систем и характеристик гроз.

Распределение Вейбулла в зависимости от параметров (масштаб и форма) позволяет менять свой вид. Моменты случайной величины x , имеющей распределение Вейбулла, имеют вид:

$$\mu(x^n) = \beta^n \cdot \Gamma \left(1 + \frac{n}{\alpha} \right);$$

где Γ – гамма-функция $\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt$.

Параметры распределения Вейбулла:

– математическое ожидание $\mu = \beta \cdot \Gamma \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right);$

– дисперсия $D = \beta^2 \cdot \Gamma \left(1 + \frac{2}{\alpha} \right) - \mu^2.$

Вышеизложенное позволяет рекомендовать использовать распределение Вейбулла в диапазонах малых размеров вместо функции распределения Гаусса, а также совместно с ней (на разных участках графика функции распределения) для оценки качества полимодальных дисперсных систем по предлагаемой методике.

Выводы

Критериями качества сыпучего продукта предлагается считать не только его средний номинальный размер, но и критерии соответствия: дифференциальный K и интегральный C , а также критерий селективности дезинтеграции. Предлагаемые критерии помогут не только оценить качество, но и при известной кинетике их изменения прогнозировать возможное качество при определенных управляемых параметрах того или иного технологического процесса получения дисперсной среды заданного качества.

Список литературы

1. Гарднер, Р.П. Исследование измельчения в мельнице периодического действия / Р.П. Гарднер, Л.Г. Аустин // Труды Европейского совещания по измельчению. – М.: Стройиздат, 1966. – С. 219–248.
2. Смирнов, Н.М. Расчет гранулометрического состава продуктов помола в одноступенчатой мельнице ударно-отражательного действия / Н.М. Смирнов, В.Н. Блиничев, В.В. Стрельцов. – Иваново, 1976. – 10 с. – Деп. в ВИНТИ 10.11.76, № 3942-76.
3. Смирнов, Н.М. Расчет гранулометрического состава продуктов разрушения одиночных частиц / Н.М. Смирнов, В.Н. Блиничев, В.В. Стрельцов // Изв. вузов. Химия и хим. технология. – 1977. – Т. 20. – № 1. – С. 123–125.
4. Кремер, Н.Ш. Теория вероятности и математическая статистика / Н.Ш. Кремер. – М.: Юнити Дана, 2002. – 343 с.
5. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 2003. – 523 с.

6. Колмогоров, А.Н. О логарифмически нормальном законе распределения размеров частиц при дроблении / А.Н. Колмогоров // Докл. АН СССР. – 1941. – Т. 31. – № 2. – С. 99.
7. Абрамов, С.В. Идентификация процессов периодического измельчения / С.В. Абрамов, В.Е. Мизонов, В.А. Огурцов // Изв. вузов. Химия и хим. технология. – 1999. – Т. 42. – Вып. 1. – С. 124–125.
8. Руднев, С.Д. О физической сущности селективного разрушения сырья растительного происхождения / С.Д. Руднев, В.А. Павский, О.Е. Рыбина // Технология и техника пищевых производств: сб. науч. работ. – Кемерово: КемТИПП, 2004. – С. 209–213.
9. Руднев, С.Д. Селективная дезинтеграция растительного сырья: монография / С.Д. Руднев. – Кемерово: КемТИПП, 2010. – 294 с.

ФГБОУ ВПО «Кемеровский технологический институт
пищевой промышленности»,
650056, Россия, г. Кемерово, б-р Строителей, 47.
Тел./факс: (3842) 73-40-40
e-mail: office@kemtipp.ru

SUMMARY

V.V. Kireev, D.M. Popov, S.A. Ratnikov, A.V. Grachev

DEVELOPMENT OF ESTIMATION TECHNIQUE FOR DISPERSE MEDIUM WITH COMPLEX COMPOSITION

Researches are directed on the development of the quality estimation technique for a disperse medium of complex composition using an analysis of variance and various cumulative distribution functions. Differential and integral criteria of correspondence and the criterion of selectivity of decomposition are offered. The offered criteria will help not only to estimate the quality but also at a known kinetics of their modification to predict the possible quality at certain operated parameters of this or that technological process of obtaining a disperse medium with the set properties.

Disperse medium, analysis of variance, random quantity distribution laws, quality, criteria of correspondence.

Kemerovo Institute of Food Science and Technology
47, Boulevard Stroiteley, Kemerovo, 650056, Russia
Phone/Fax: +7(3842) 73-40-40
e-mail: office@kemtipp.ru

